

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЛАБОРАТОРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЭВОЛЮЦИИ НЕФРОНТАЛЬНЫХ ВИХРЕЙ В ДВУСЛОЙНОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

А. Г. Зацепин^{1,2}, Д. Н. Елкин¹, Д. Р. Шварцман²

¹ *Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН,
Россия, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36,
e-mail: zatsepin@ocean.ru*

² *Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет),
Россия, 141701, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9*

В данной работе путем лабораторного моделирования выявляются закономерности эволюции (бароклинной неустойчивости и/или вязкого вырождения) мезомасштабных нефронтальных бароклинных вихрей, или вихрей открытого океана (без ядра инородных вод). Опыты проводились в двуслойно стратифицированной по солености водной среде в бассейне, расположенном на вращающейся платформе. С помощью оригинального применения «метода цилиндра» создавались одиночные осесимметричные циклонические и антициклонические вихри в верхнем слое, прослеживалась их эволюция на протяжении 100 и более периодов вращения платформы (лабораторных суток). Установлено, что вихри теряют устойчивость, если значение определяющего параметра, представляющего отношение чисел Бюргера и Фруда, меньше критического. При этом вихри либо разваливаются на два или более вторичных вихрей (сильная неустойчивость), либо приобретают вытянутую форму (слабая неустойчивость). Наклон дна и его шероховатость увеличивают устойчивость вихрей. При значениях определяющего параметра больше критического, вихри являются устойчивыми и постепенно вырождаются за счет вязкого трения. В случае большого перепада солености (плотности) между слоями, шероховатость дна не оказывает существенного значения на скорость затухания вихрей, которая, по-видимому, определяется трением в верхнем слое. Предложена параметризация, описывающая экспоненциальный закон затухания вихрей, которая опробована на примере черноморского мезомасштабного вихря.

Ключевые слова: вихри открытого океана, лабораторное моделирование, двуслойно-стратифицированная вращающаяся жидкость, бароклинная неустойчивость, вязкое вырождение, гладкое, шероховатое, наклонное дно

Введение

Одной из важных структурных форм организации движения вод океана являются синоптические (отечественная классификация), или мезомасштабные (международная классификация), бароклинные вихри (Каменкович, Кошляков, Монин, 1982). Образование этих вихрей происходит под действием различных механизмов, включающих в себя влияние топографических и орографических неоднородностей на

океанские течения, пространственно-неоднородное воздействие ветра, а также бароклинную неустойчивость стратифицированных по плотности течений, характеризующихся наличием вертикального градиента скорости. Последний из указанных механизмов считается наиболее распространенным. При этом, в результате бароклинной неустойчивости струйных фронтальных течений (Гольфстрим, Куроисио и другие), образуются «вихри с ядром» или «фронтальные вихри – ринги», которые содержат в себе воду с термохалинными характеристиками, отличными от окружающих их вод. Эта вода захватывается ими при образовании из меандров течения и переносится с одной стороны фронта на другую. Иногда эти фронтальные вихри-ринги называют вихрями пограничных течений.

Наряду с фронтальными вихрями, вследствие бароклинной неустойчивости образуются и так называемые «вихри открытого океана» (Каменкович, Кошляков, Монин, 1982). Эти вихри не имеют внутри себя ядра инородных вод и представляют собой единую с окружающими водами водную массу. Орбитальная скорость течений и завихренность в них формируются благодаря локальному подъему или опусканию изопикнических поверхностей (опусканию или подъему уровня океана, соответственно). В первом случае образуются циклонические вихри (вращение против часовой стрелки в северном полушарии), а во втором случае – антициклонические (вращение по часовой стрелке). Первое обнаружение и инструментальное исследование синоптических вихрей открытого океана было выполнено советскими учеными в Атлантике в 1970 г. в рамках натурального эксперимента «Полигон-70». Более полное представление о вихрях этого типа было получено во время советско-американского эксперимента «ПОЛИМОДЕ» в Саргассовом море в 1977–1978 гг. (Кошляков, Белокопытов, 2020).

Следует отметить, что мезомасштабные бароклинные вихри фронтального типа неоднократно воспроизводились и исследовались в лабораторных условиях в бассейнах на вращающихся платформах. Одним из основных предметов внимания предыдущих лабораторных экспериментов с фронтальными бароклинные вихрями (вихрями с ядром инородной воды), была бароклинные неустойчивость этих вихрей. Еще в пионерской работе Саундерса (Saunders, 1973) было установлено, что циклонические фронтальные бароклинные вихри являются устойчивыми только при достаточно больших значениях числа Бюргера – при $Bu > 1$, а при $Bu < 1$ они распадаются на два или более вихря того же знака. Оказалось, что чем меньше значение Bu , тем на большее число вихрей распадается циклонический бароклинные вихрь. При этом каждый из «новообразованных» циклонов сопровождается присоединенным антициклоном, формирующимся в окружающей жидкости. Вихревые пары «циклон–антициклон» разбегаются в радиальном направлении, окончательно растаскивая первоначальный вихрь.

Примерно такая же закономерность наступления неустойчивости была выявлена и для антициклонических фронтальных бароклинные вихрей. Эти вихри создавались «методом цилиндра», который заключается в следующем. В бассейн с однородным по плотности слоем соленой воды толщиной H , расположенный на вращающейся

платформе, вставляется вертикально полый тонкостенный цилиндр, не достигающий дна бассейна. Затем в этот цилиндр заливается определенное количество пресной или слабосоленой воды. Она образует в нем слой толщиной H_1 . Когда вся жидкость в бассейне достигает состояния твердотельного вращения, цилиндр быстро вытаскивается. Под действием горизонтального градиента давления менее плотная пресная вода коллапсирует (сжимается) по вертикали, растекаясь при этом в радиальном направлении. Под действием силы Кориолиса она закручивается в антициклоническом направлении, так образуется фронтальный бароклинный антициклонический вихрь, или фронтальное антициклоническое течение, в зависимости от величины начального числа Бюргера:

$$Bu = g\beta\Delta S/f^2 R_0^2 = R_{a0}^2/R_0^2,$$

где g – ускорение свободного падения, β – коэффициент солёностного сжатия, ΔS – разница солёности между солёной водой в бассейне и пресной (слабосоленой) в цилиндре, $f = 2\Omega$ – параметр Кориолиса (Ω – угловая скорость вращения платформы), R_0 – внутренний радиус цилиндра, $R_{a0} = (g\beta\Delta SH_1)^{1/2}/f$ – начальное значение радиуса бароклинного деформации для воды в цилиндре. После вытаскивания цилиндра за время $t > 1/f$, при $Bu_0 \geq 1$ образовывался антициклонический вихрь, а при $Bu_0 \ll 1$ во всех опытах наблюдалась неустойчивость бароклинного вихря или обрамляющего его фронтального течения шириной $L \sim R_{a0}$. При этом чаще всего происходил распад начальной динамической структуры на вторичные антициклонические вихри – меандры – филаменты.

Оказалось, что особенности неустойчивости и распада антициклонической вихревой структуры на вторичные вихри зависят не только от значения числа Bu , но и от величины отношения H_1/H . Если этот параметр был достаточно большим ($H_1/H > 0.2$), неустойчивость была сильной и сопровождалась распадом вихревой структуры, а при обратном неравенстве – слабой и сопровождалась меандрированием течения и образованием филаментов (Griffiths, Linden, 1981). Следует отметить, что неустойчивость первоначальной вихревой структуры зависела также и от эффектов трения, т. е. от числа Экмана: тонкие вихри, характеризующиеся большим значением числа Экмана $E = \nu/fH_1^2 > 10^{-2}$, где ν – кинематическая вязкость воды, не разваливаются на вторичные вихри, а лишь теряют осесимметричность и порождают филаменты вокруг присоединенных к ним циклонических вихрей (Зацепин, Костяной, 1992).

Неустойчивость «больших» бароклинных вихрей, при $Bu \ll 1$, позволяет моделировать поле геострофической турбулентности, состоящей из приблизительно равного количества циклонов и антициклонов, взаимодействующих друг с другом (Griffiths, Hopfinger, 1984).

Как ни удивительно, синоптические вихри открытого океана (вихри без ядра с «инородной» водой) до сих пор не исследовались методом лабораторного моделирования. В настоящей работе предложено и опробовано оригинальное применение метода «цилиндра» создания бароклинных вихрей без ядра инородной воды во вращающейся двуслойно-стратифицированной водной среде. Предлагаемый метод позволяет

моделировать в лабораторных условиях мезомасштабные вихри открытого океана, содержащие воду той же плотности, температуры и солености, что и окружающая их вода. Ранее этот метод уже применялся для лабораторного моделирования баротропных вихрей во вращающейся жидкости (Kloosterziel & van Heijst, 1991).

В работе ставится задача исследования эволюции бароклинного вихря (его неустойчивости и/или вязкого вырождения), создаваемого в верхнем слое двуслойной вращающейся водной среды в зависимости от безразмерного параметра – начального числа Бюргера:

$$Bu_0 = (R_d/R_0)^2,$$

где $R_d = (g'(H_1H_2)^{1/2})^{1/2}/f$ – бароклинный радиус деформации Россби для двуслойной жидкости, R_0 – радиус цилиндра, используемого для создания вихря, $f = 2\Omega$ – параметр Кориолиса, $g' = g\Delta\rho/\rho = g\beta\Delta S$, где $\Delta\rho/\rho = \beta\Delta S$ – относительный перепад плотности между слоями, $\beta \approx 7 \cdot 10^{-4}$ – коэффициент соленостного сжатия, ΔS – перепад солености между слоями, а H_1, H_2 – толщины верхнего и нижнего водных слоев соответственно, при фиксированных значениях H_1 и H_2 . Кроме того, на качественном уровне исследуется влияние шероховатости и наклона дна бассейна на устойчивость и вязкое вырождение вихря путем проведения опытов с одинаковыми значениями определяющих параметров над гладким, шероховатым и наклонным дном. Эти аспекты ранее почти не принимались во внимание при лабораторных исследованиях бароклинных вихрей в двуслойно-стратифицированной вращающейся жидкости (Zatsepin, 1983).

В последующих разделах этой работы, имеющей предварительный характер, описывается метод создания вихрей и экспериментальная установка (раздел 2). Обсуждаются некоторые теоретические закономерности генерации вихрей с помощью предложенного метода и закономерности их вязкого вырождения в однородной и вращающейся жидкости с учетом вертикального трения (раздел 3). Описываются проведенные опыты, обсуждаются полученные результаты и их применимость к мезомасштабным вихрям Черного моря (раздел 4). Формулируются основные выводы и намечаются перспективы продолжения исследований (раздел 5). В конце работы приводится список цитируемой литературы.

2. Экспериментальная установка и методика проведения опытов

Метод создания бароклинных вихрей реализован в бассейне цилиндрического сечения диаметром $D = 60$ см и высотой $H = 28$ см, в котором создается двуслойная по солености плотностная стратификация (рисунок 1). Бассейн размещен на платформе диаметром 1 м, которая может вращаться с периодом T от 5 до 40 с за счет регулировки напряжения, подаваемого на двигатель постоянного тока, который приводит в движение механический привод. Вариации периода вращения платформы при постоянном напряжении электропитания не превышают $\pm 2\%$.

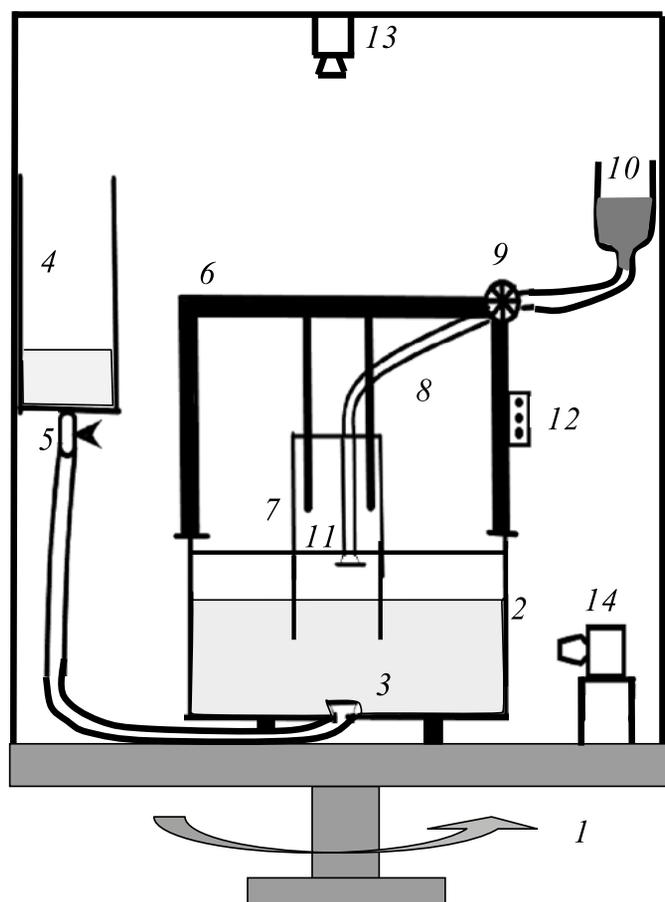


Рис. 1 – Схема экспериментальной установки. 1 – вращающаяся циклонически (против часовой стрелки) платформа; 2 – цилиндрический бассейн с внутренним диаметром 60 см и высотой 28 см из оргстекла; 3 – впускной штуцер на дне бассейна с гасящей вертикальную скорость пластинкой; 4 – емкость (35 литров) для создания второго (более соленого) слоя воды в бассейне; 5 – кран; 6 – устройство для автоматического опускания (подъема) полого цилиндра – вихрепродуктора; 7 – полый цилиндр с внутренним диаметром 20 см и высотой 30 см; 8 – шланг; 9 – перистальтический насос; 10 – объемная бюретка с краном; 11 – трубка с ограничительной пластинкой (8–11 – устройство для добавления (изъятия) воды верхнего слоя из полого цилиндра); 12 – пульт управления вертикальным перемещением цилиндра и перистальтическим насосом; 13 – видеокамера сверху; 14 – видеокамера сбоку

Подготовка опыта производится следующим образом. Изначально, при отсутствии вращения платформы, в бассейн заливается пресная дистиллированная вода ($S_1 = 0$, где S_1 – обозначение солености воды в верхнем слое), которая формирует слой заданной толщины H_1 . При этом в резервуар (4), расположенный на боковой стойке платформы, заливается слабо подкрашенная вода солености S_2 . Этот резервуар подсоединен шлангом к цилиндрическому бассейну, в центре дна которого имеется входное отверстие со штуцером, к которому подходит указанный шланг. Затем включается вращение платформы с определенным периодом этого вращения. Когда слой пресной воды (слой 1) раскручивается до состояния твердотельного вращения,

открывается кран резервуара, из которого на дно цилиндрического бассейна из отверстия в центре дна начинает медленно (чтобы избежать генерации турбулентности) поступать соленая и слабо подкрашенная желтым или зеленым пищевым красителем вода, постепенно формирующая нижний слой (слой 2) воды в бассейне, отделенный от верхнего резкой соленостной границей раздела, толщина которой не превышает 1 см. После того, как резервуар опустошается полностью, создание нижнего слоя толщиной H_2 завершается. Затем выжидается некоторое время, пока сформировавшаяся двуслойно-стратифицированная по плотности (солености) водная среда не достигнет состояния близкого к твердотельному вращению. После этого производится подготовка к созданию одиночных вихрей циклонической или антициклонической завихренности.

Метод создания циклонического вихря в верхнем слое двуслойно-стратифицированной водной среды заключается в следующем. В раскрученную до твердотельного вращения двуслойно-стратифицированную по солености водную среду с помощью специально разработанного устройства автоматическим образом погружается полый цилиндр радиуса $R_0 = 10$ см на глубину, превышающую толщину верхнего слоя. Верхний слой воды в цилиндре подкрашивается красителем «амидо черный», имеющим темно-синий цвет. Затем из верхнего слоя внутри цилиндра с помощью автоматического перистальтического насоса (9) и вертикальной трубки (8) с «отбойной» пластинкой (11), расположенной вблизи ее нижнего отверстия, аккуратно отсасывается определенный объем воды, который поступает в объемную бюретку емкостью 1200 см^3 (10), закрепленную на стойке платформы, вследствие чего толщина верхнего слоя в цилиндре уменьшается на величину h по сравнению с его толщиной H_1 в окружающей водной среде верхнего слоя (рисунок 2а). После того, как созданное этой процедурой возмущение среды затухнет, цилиндр автоматически поднимается вертикально из воды и вместе с устройством его перемещения удаляется с вращающейся платформы.

Удаление цилиндра вызывает конвергентное течение в верхнем слое, которое стремится заполнить лауну и утолщить верхний слой в области нахождения изъяттого цилиндра (рисунок 2б). Спустя время $t_1 > 1/f$, где $f = 2\Omega$ – параметр Кориолиса, вследствие цикло-геострофического приспособления поля скорости течения к полю градиента давления, в верхнем слое возникает циклоническое вихревое движение, тогда как в нижнем слое, толщина которого уменьшается под бывшим местоположением цилиндра, из закона сохранения потенциального вихря должно возникнуть антициклоническое вихревое движение. Следует отметить, что интенсивность вихрей зависит от значений параметров f, H_1, H_2, h, S_2 , которые могут изменяться от опыта к опыту.

Подобным же образом создается и антициклонический вихрь в верхнем слое (рисунок 3). В этом случае в цилиндр с помощью перистальтического насоса из бюретки заливается сверху определенный объем подкрашенной воды с плотностью верхнего слоя. Толщина этого слоя в цилиндре увеличивается на величину h по сравнению с его толщиной H_1 вне цилиндра (рисунок 3а). После изъятия цилиндра вода

в бывшей его области растекается под действием градиента давления в радиальном направлении, и после цикло-геострофического приспособления в верхнем слое формируется антициклонический вихрь (рисунок 3б), а под ним, из-за закона сохранения потенциального вихря, возникает циклонический вихрь.

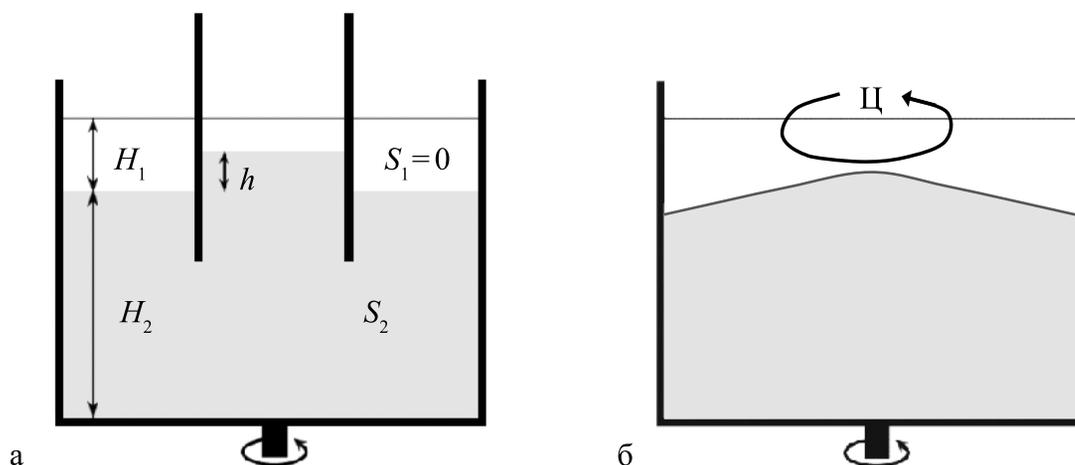


Рис. 2 – Метод создания циклонических вихрей в верхнем слое
двуслойно-стратифицированной водной среды в бассейне на вращающейся платформе.
Верхний слой – светлый, нижний слой – серый;
а) до вытаскивания цилиндра; б) после вытаскивания

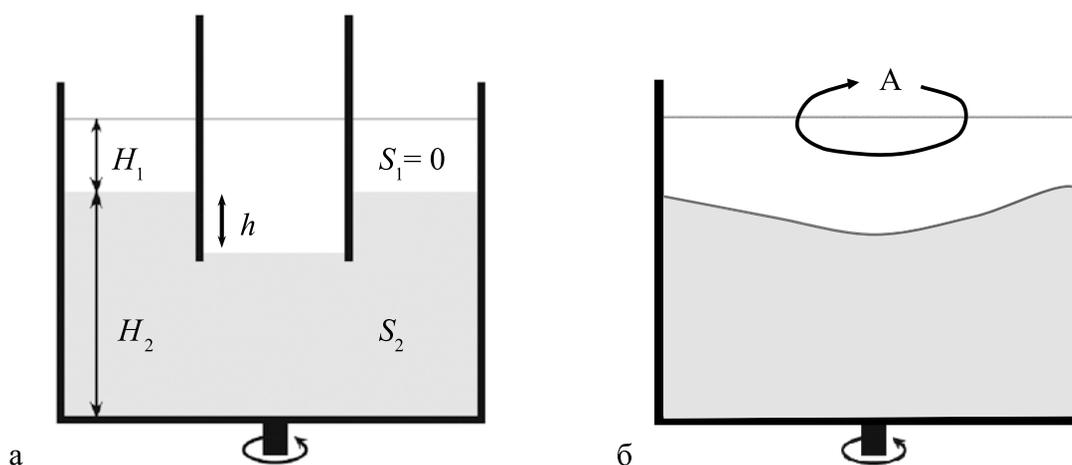


Рис. 3 – Метод создания антициклонических вихрей в верхнем слое
двуслойно-стратифицированной водной среды в бассейне на вращающейся платформе.
Верхний слой – светлый, нижний слой – серый;
а) до вытаскивания цилиндра; б) после вытаскивания

Непосредственно перед поднятием цилиндра и удалением устройства для создания циклонического или антициклонического вихря за пределы вращающейся платформы, включаются видеокамера, расположенная над платформой, а также видеокамера, расположенная сбоку, вблизи наружной поверхности кольцевой стенки бассейна. Они осуществляют запись процесса эволюции вихревого движения воды,

визуализированной красителями. Также для визуализации вихревого движения по поверхности воды в бассейне разбрасываются мелкие бумажные частицы, являющиеся трассером течения в верхнем слое. С помощью ранее разработанной программы по расчету перемещения частиц по поверхности воды, от кадра к кадру оценивается их скорость в разных точках. Для всех опытов были построены графики распределений скорости течения от расстояния между центром вихря и частицами. Эти зависимости строились для определенных моментов времени и по среднестатистическим значениям скорости на выбранных расстояниях от центра вихря. По радиальным распределениям орбитальной скорости определялся радиус ядра вихря R как расстояние от центра, где она достигает максимума в данный момент времени. Этот радиус практически совпадал с радиусом пятна краски на поверхности, причем это совпадение наблюдалось на протяжении каждого опыта вплоть до его финальной стадии, когда ошибки измерения становились сопоставимыми с величиной скорости. При этом контур окрашенного пятна оставался достаточно резким, то есть горизонтальная диффузия красителя была мала.

Как правило, на заданных орбитах значения скорости убывали со временем и, в конце концов, сравнивались с ошибками измерения. Анализ данных позволил понять причину ошибок измерений и обработки данных.

Одним из факторов погрешности измерения является нестабильность угловой скорости вращения платформы. Как уже указывалось выше, она составляет приблизительно величину $\Delta\Omega = \pm 2 \cdot 10^{-2}\Omega$. Это означает, что на расстоянии $r = 20$ см от центра бассейна погрешность измерения скорости орбитального движения частиц $\Delta V = \Delta\Omega r = \pm 2 \cdot 10^{-2}\Omega r$. При значении $\Omega = 0.628 \text{ с}^{-1}$ ($T = 10 \text{ с}$), $\Delta V = \pm 0.25 \text{ см/с}$. Поэтому в ситуации, когда скорость течения на данном расстоянии снижается до 0.25 см/с и менее, ее измерение становится нерепрезентативным. В свою очередь, программы обработки данных вносят существенный вклад в погрешность определения орбитальной скорости за счет внутренних алгоритмов, которые «исправляют» с точностью до пикселя изображение местоположения частицы, определяемое пользователем приложения. Следующий фактор заключается во взаимодействии частичек между собой. Со временем они слипаются на поверхности воды, а иногда – разъединяются. В первом случае вращается агломерация частичек, а ее скорость является усреднением скорости течения воды на поверхности, где находятся частички. Их разъединение сопровождается потерей или приобретением импульса, что влияет на конечные характеристики определяемой скорости. Последний источник ошибок – несимметричность вихревой структуры. Представленные в следующем разделе результаты и выявленные закономерности основаны на данных, полученных с наименьшими значениями вышеперечисленных ошибок.

Основная задача данного лабораторного исследования – выявление закономерностей эволюции и вязкого вырождения бароклинных циклонических и антициклонических вихрей открытого океана (т. е. вихрей без ядра инородной воды) в условиях гладкого, шероховатого и наклонного дна в бассейне, расположенном на вращающейся платформе. Шероховатость дна создается при этом путем

наложения на дно тонких ковриков: коврика, покрытого бисером с характерным размером бусинок $d = 0.4$ см, или ванного коврика с размером неоднородности порядка 0.5–1.0 см. Для создания наклона дна на плоское дно бассейна устанавливается вписанный пластиковый конус вершиной вниз. Угол между образующей конуса и горизонталью составляет 15° . Наклонное осесимметричное дно влияет, прежде всего, на вихрь, индуцированный в нижнем слое, но это влияние может сказываться и на динамике вихря в верхнем слое, и оно требует экспериментального исследования.

3. Некоторые теоретические аспекты динамики бароклинных вихрей во вращающейся жидкости, их неустойчивости и вязкого вырождения

Обсудим прежде всего механизм генерации вихревого движения в верхнем слое за счет откачивания пресной жидкости из верхнего слоя внутри цилиндра или накачивания пресной жидкости в верхний слой внутри цилиндра. После его вытягивания, под действием радиального градиента давления, в верхнем слое возникает вихревое движение, которое, без учета нестационарности и трения, определяется уравнением:

$$V^2/r + fV = g'\partial H_1/\partial r. \quad (1)$$

Здесь V – скорость орбитального вращения воды в вихре, r – радиальная координата, отсчитываемая от центра вихря (и центра бассейна), $f = 2\Omega$ – параметр Кориолиса, $g' = g\Delta\rho/\rho = g\beta\Delta S$, где $\Delta\rho/\rho = \beta\Delta S$ – относительный перепад плотности между слоями, $\beta \approx 7 \cdot 10^{-4}$ – коэффициент соленостного сжатия, ΔS – перепад солености между слоями, а $H_1(r)$ – толщина верхнего слоя.

Будем считать, что вихрь имеет твердотельно вращающееся ядро радиусом R , в котором орбитальная скорость линейно возрастает с радиальной координатой r . Используя (1), оценим масштаб орбитальной скорости V в вихре, при $r = R$. Примем, что, в случае отлива воды, после вынимания цилиндра, в «нулевой» момент времени $t = 0$:

$$(\partial H_1/\partial r) = h/R > 0. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим для циклонического вихря:

$$V^2/R + fV = g'h/R. \quad (3)$$

Первый член в этом уравнении представляет собой центробежное ускорение, второй – Кориолисово ускорение. Член правой части уравнения – это градиент радиального давления, являющийся движителем вращения вихря. Разделив обе части уравнения на член уравнения в правой части, получим:

$$V^2/g'h + fRV/g'h = 1. \quad (4)$$

Первый член уравнения (6) представляет собой квадрат числа Фруда $Fr = V/(g'h)^{1/2}$.

Если оно мало (медленное вращение вихря), то этим членом можно пренебречь и получить «геострофическую» оценку максимальной орбитальной скорости циклонического вихря, которая имеет положительный знак:

$$V_g = g'h/fR. \quad (5)$$

Если разделить обе части уравнения (5) на fR , то получим выражение для «геострофического» числа Россби $Ro_g = V_g/fR$:

$$Ro_g = g'h/f^2R^2. \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что для малости геострофического числа Россби (геострофичности вихря) должно выполняться условие:

$$fR \gg (g'h)^{1/2}. \quad (7)$$

В ситуации с доливом воды той же плотности в верхний слой имеет место оценка:

$$(\partial H_1/\partial r) = -h/R < 0. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (1), получим:

$$V^2/R + fV = -g'h/R, \text{ или, } V^2/g'h + fRV/g'h = -1. \quad (9)$$

В пренебрежении нелинейным членом, представляющим собой число Фруда $Fr = V^2/g'h$, из (9) имеем масштаб геострофической скорости для антициклона:

$$V_g = -g'h/fR. \quad (10)$$

Из сопоставления (5) и (10) следует, что при том же значении радиуса вихря R , без учета центробежной силы, и циклон, и антициклон имеют одно и то же значение модуля скорости, но в случае антициклона эта скорость отрицательна.

Необходимо отметить, что нельзя отождествлять радиус цилиндра с радиусом вихря. Вихрь возникает в результате цикло-геострофического приспособления, связанного с «растеканием» (антициклон), или «схлопыванием» (циклон) объема жидкости в цилиндре.

Сделаем оценку начального радиуса вихря после его приспособления, используя закон сохранения объема жидкости в цилиндре, и считая, что в процессе приспособления «избыток»/«недостаток» толщины h исчезает и толщина верхнего слоя H_1 восстанавливается. Это более или менее справедливо, если: 1) площадь сечения цилиндра много меньше, чем площадь сечения бассейна: $(2R_0/D_0)^2 \ll 1$, где D_0 – диаметр бассейна; 2) бароклинный радиус деформации Россби превышает радиус цилиндра: $(g'h)^{1/2}/fR > 1$ (т. е. имеет место сильное растекание/схлопывание жидкости при цикло-геострофическом приспособлении).

При этом в случае антициклона условие сохранения объема имеет вид:

$$(H_1 + h)R_0^2 = H_1R_1^2,$$

где R_1 – радиус трансформированного вихря:

$$R_1 = (1+h/H_1)^{1/2}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что начальный (до вязкого вырождения) радиус R_1 антициклона больше радиуса цилиндра R_0 .

Аналогичное рассмотрение для циклона показывает:

$$R_1 = (1 - h/H_1)^{1/2} R_0. \quad (12)$$

Из (12) следует, что начальный (до вязкого вырождения) радиус R_1 циклона меньше радиуса цилиндра R_0 .

Разберемся теперь с завихренностью, возникающей в верхнем и нижнем слоях при извлечении цилиндра. В верхнем слое циклона (антициклона) завихренность вихря, постоянная внутри его твердотельно вращающегося ядра радиусом R , положительна (отрицательна) и равна:

$$\omega_1 = \partial v / \partial r + V/R = 2V/R. \quad (13)$$

Здесь $v(r)$ – орбитальная скорость на расстоянии r от центра вихря, V – максимальная по модулю орбитальная скорость в вихре на границе твердотельно вращающегося (невязкого) ядра с радиусом R .

Учитывая, что радиус циклона меньше, чем радиус антициклона, завихренность в антициклоне по модулю всегда меньше, чем завихренность в циклоне, если при их создании значения всех исходных параметров, включая h , одинаковы.

В нижнем слое под антициклоном, из закона сохранения потенциального вихря следует, что в нем должен возникнуть циклон:

$$(f + \omega_2)/H_2 = f/(H_2 - h); \quad \omega_2 = (fh)/(H_2 - h). \quad (14)$$

При циклоне в верхнем слое, в нижнем слое возникает антициклон:

$$(f + \omega_2)/H_2 = f/(H_2 + h); \quad \omega_2 = -(fh)/(H_2 + h). \quad (15)$$

Из (14) и (15) следует, что в нижнем слое под циклоном возникает довольно слабый антициклон, по сравнению с циклоном, возникающим под антициклоном.

Такое различие в интенсивности вихрей в нижнем слое может вызвать различные закономерности затухания вихрей в верхнем слое на стадии их вязкого вырождения. Однако, если $H_2 \gg h$, то $\omega_2 \approx \pm fh/H_2$ является малой величиной, которая вряд ли влияет на эволюцию вихря в верхнем слое.

Теперь рассмотрим закономерности затухания баротропного вихря за счет вязкого трения на гладком дне. Будем считать, что вихрь определяется ядром, в котором скорость течения V в системе координат, связанной с вращающейся платформой, линейно изменяется с радиусом: $V(r) = \omega r$, где ω – его угловая скорость. Пусть в начальный момент времени $\omega = \omega_0$. На процесс вязкой релаксации вихря со временем t влияют следующие параметры: радиус цилиндра – R_0 , коэффициент кинематической вязкости – ν , угловая скорость вращения платформы – Ω ($\Omega = 2\pi/T = f/2$), толщина слоя жидкости – H_0 и радиус бассейна – $D_0/2$. Последние два параметра влияют на вертикальное и горизонтальное трение соответственно.

Можно полагать, что, при пренебрежении горизонтальным (боковым) трением и при предположении о постоянстве радиуса вихря R , затухание баротропного вихря имеет экспоненциальный характер и определяется выражением:

$$\omega = \omega_0 e^{-t/\tau}, \quad (16)$$

где

$$\tau = C_b H_0 / (\nu \Omega)^{1/2}. \quad (17)$$

Здесь (17) определяет τ – постоянную времени затухания вихря (масштаб спинапа, или спиндауна (Гринспен, 1975)). При этом C_b – некоторый эмпирический коэффициент, который зависит от шероховатости дна: для гладкого дна он должен быть близким единице. Этот масштаб времени затухания баротропного вихря следует проверить опытным путем.

В случае бароклинного вихря в верхнем слое в двуслойной жидкости, процесс его затухания должен существенно замедляться относительно баротропного аналога. Причиной этому является существенно более слабое трение на плотностной границе раздела между верхним и нижним слоями. Посредством этого трения завихренность передается из верхнего слоя в нижний, а там затухает под действием трения на дне. Кроме того, на затухание вихря в верхнем слое влияет первоначальная генерация вихря противоположного знака в нижнем слое сразу после вытаскивания цилиндра, вследствие закона сохранения потенциального вихря. Очевидно, что задача вязкого затухания бароклинного вихря за счет трения весьма сложная и требует знания не только донного трения, но и напряжения трения на границе раздела слоев, которое быстро уменьшается при увеличении перепада солености (плотности) между слоями. В таком случае, при наличии большой разницы плотности между слоями, затухание вихря в верхнем слое может определяться горизонтальным трением, поскольку на периферии вихря, где орбитальная скорость убывает с увеличением радиуса, возможна вязкая горизонтальная диффузия завихренности, которая должна приводить к ее уменьшению в ядре вихря. Это предположение следует проверить.

В данном предварительном эксперименте ставится также задача качественного исследования влияния трения на дне бассейна, изменяемого за счет шероховатости дна, на скорость затухания вихря в верхнем слое при прочих равных условиях. Кроме того, на качественном уровне исследуется влияние донного трения и наклона дна на бароклинную неустойчивость вихря. Выявление роли этих факторов поможет сформулировать задачи дальнейших исследований закономерностей динамики и эволюции бароклинных вихрей в зависимости от внешних условий.

4. Описание результатов опытов

Были проведены две серии опытов для циклонических и антициклонических вихрей со следующими неизменными значениями определяющих параметров: 1) толщина верхнего слоя – $H_1 = 4$ см; толщина нижнего слоя – $H_2 = 10$ см; внутренний радиус цилиндра – $R_0 = 10$ см; изменение толщины верхнего слоя внутри цилиндра – $h = 3$ см.

Соответственно, для антициклонического вихря толщина верхнего слоя внутри цилиндра равна $H_1 + h = 7$ см, а для циклонического вихря: $H_1 - h = 1$ см. При этом, от опыта к опыту изменяются такие параметры, как период вращения платформы Ω и соленость S_2 нижнего слоя (перепад солености $\Delta S = S_2$ между слоями).

Всего было проведено 20 опытов с циклонами и антициклонами. Значения исходных размерных параметров в каждом опыте и качественная характеристика эволюции вихрей приведены в таблице 1. Видеозапись образования и эволюции вихря в каждом опыте обрабатывалась и анализировалась с момента извлечения цилиндра вплоть до практически полного затухания вихревых течений в бассейне.

Таблица 1 – Значения исходных размерных параметров эксперимента и характер эволюции вихрей (а – антициклоны, с – циклоны)

№	T , с (по возраста- нию)	$S_2 = \Delta S$, промил- ле	Антици- клон (а) Циклон (с)	Гладкое (sm)/ шерох. (ro)/наклонное (sl) дно, d – размер шероховатости, см	Комментарий: устойчивая или неустойчивая эволюция, характер неустойчивости (сильная, слабая)
1	10	10	а	sm	слабая неустойчивость
2	10	40	а	sm	устойчивость
3	10	10	с	sm	сильная неустойчивость
4	20	10	а	sm	устойчивость
5	20	10	с	sm	устойчивость
6	10	40	с	sm	устойчивость
7	20	20	а	ro, d = 0.2	устойчивость
8	20	20	с	ro, d = 0.2	устойчивость
9	20	20	а	sm	устойчивость
10	20	20	с	sm	устойчивость
11	10	40	а	sm	устойчивость
12	10	40	а	ro d = 0.5	устойчивость
13	10	20	с	sm	слабая неустойчивость
14	10	4	а	sm	сильная неустойчивость
15	10	4	а	ro, d = 0.5	слабая неустойчивость
16	10	4	с	ro, d = 0.5	сильная неустойчивость
17	10	4	с	sm	сильная неустойчивость
18	10	Сах. стр., 34 пром.	а	sm	устойчивость, измерен. скорости в нижнем слое
19	10	10	а	sm, sl 15°	устойчивость
20	10	10	с	sm, sl 15°	слабая неустойчивость

Рассмотрим особенности образования вихря. После удаления цилиндра в последующие несколько лабораторных суток (периодов вращения платформы) наблюдается формирование вихря путем цикло-геострофического приспособления. Если моделируется антициклон, то после изъятия цилиндра вода, первоначально заключенная в цилиндре и наблюдаемая с помощью краски, расширяется в области верхнего слоя. Ее круг на поверхности достигает максимального размера, а затем происходит процесс сжатия, и еще какое-то время продолжают радиальные колебания с амплитудой, составляющей 10–20 % радиуса подкрашенного ядра вихря. Если моделируется циклон, то после изъятия цилиндра подкрашенное пятно воды сначала сжимается, а потом расширяется и еще

какое-то время ($5-10t/T$) наблюдаются интенсивные радиальные колебания (рисунок 4). Со временем они затухают, причем время затухания колебаний у вихрей с различными характеристиками также разное, и явной закономерности не наблюдается. Были случаи, когда радиальные колебания практически прекращались, а затем через короткий промежуток времени снова возобновлялись. В других случаях колебания плавно затухали со временем. Отсутствие четкой закономерности в продолжительности и амплитуде колебаний вряд ли обусловлено неравновесностью макроскопических движений, порождаемых удалением цилиндра из бассейна, которые, в определенной степени, случайны. Вязкое напряжение трения на стенке цилиндра, вызывающее подъем околостеночной жидкости, не играет принципиальной роли в их возбуждении. Об этом, кстати, свидетельствует их отсутствие в однородной по плотности жидкости. Таким образом, эти колебания имеют ярко выраженную резонансную природу.

Это подтверждается и рисунком 4, из которого следует, что существует связь между частотой ϑ_r радиальных колебаний и параметром Кориолиса, f . Она выглядит так: $\vartheta_r \approx f$, что позволяет охарактеризовать эти колебания как околоинерционные. Однако частота радиальных колебаний в циклоне несколько выше, чем в антициклоне. Возможно, это связано с тем, что абсолютная завихренность, равная $f + \omega_R$, больше в циклоне, чем в антициклоне, поскольку для первого ω_R – положительна, а для второго – отрицательна.

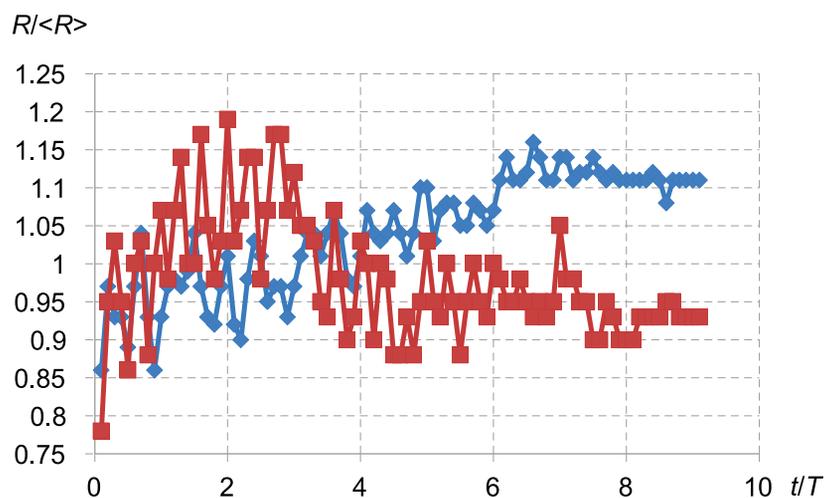


Рис. 4 – Безразмерный радиус $R/\langle R \rangle$ вихря от безразмерного времени t/T для циклона (красный) и для антициклона (синий) на начальной фазе эволюции при $Bu_0 = 1.25$.
Здесь $\langle R \rangle$ – среднее значение радиуса вихря за промежуток времени $t = 0 - 8T$

На рисунке 5 построены графики зависимости измеренных значений радиуса R ядра вихря для антициклонов и циклонов после затухания инерционных колебаний от их теоретической оценки R_1 по формулам (11) и (12). Видно, что для антициклона R/R_1 изменяется между 0.7 и 1.5, тогда как для циклона $R/R_1 \approx 2$ и нет явной зависимости изменения этого параметра от начального числа Бургера Bu_0 . Это означает, что в ходе цикло-геострофического приспособления антициклоны верхнего

слоя «расширяются» сильнее, чем «сжимаются» циклоны. Возможно, что причиной этому является центробежная сила, имеющая больший «вес» в циклонах, чем в антициклонах, неучтенная в формулах (11) и (12). Она направлена от центра вихря к его периферии и вносит существенный вклад в баланс сил именно в циклонических вихрях. Об этом свидетельствует оценка числа Россби (Ro) в вихрях обоих знаков, основанная на реально измеренных значениях максимальной орбитальной скорости и радиуса невязкого ядра вихря (см. таблицу 2). Для циклонов это число в несколько раз больше, чем для антициклонов, и составляет 0.3–0.5, тогда как для последних оно близко к 0.1–0.2. Поэтому степень агеострофичности циклонов в данном эксперименте существенно больше, чем антициклонов.

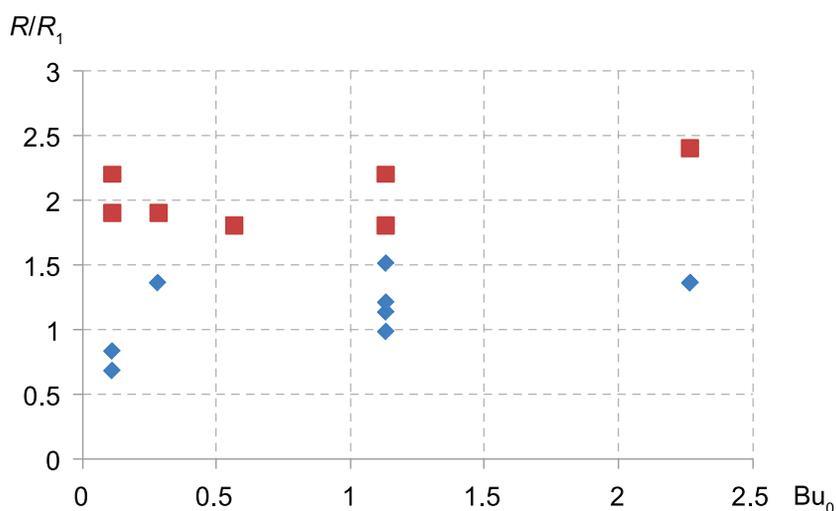


Рис. 5 – Отношение измеренных значений радиуса R ядра вихря к их теоретической оценке R_1 (по формулам (11) и (12)) для антициклонов (синие ромбы) и циклонов (красные квадраты) после затухания инерционных колебаний от начального числа Бургера Bu_0

Таблица 2 – Значения безразмерных параметров эксперимента. Здесь $R_d = (g'(H_1 H_2)^{1/2})^{1/2} / f$, $V_g = g'h / fR$, R_0 – радиус цилиндра, R и V – радиус невязкого ядра вихря и его максимальная орбитальная скорость, соответственно

№	Антициклон (а) Циклон (с)	$Bu_0 = (R_d/R_0)^2$	$Bu = (R_d/R)^2$	$Ro = V/Rf$	$Fr = V^2/g'h$	V/V_g	R/R_0
1	а	0.28	0.09	0.08	0.14	1.82	1.8
2	а	1.13	0.5	0.1	0.04	0.42	1.5
3	с	0.28	0.31	0.17	0.2	1.16	0.9
4	а	1.13	0.44	0.15	0.1	0.71	1.6
5	с	1.13	1.4	0.06	0.49	0.86	0.9
6	с	1.13	1.4	0.53	0.43	0.8	0.9
7	а	2.27	0.7	0.2	0.1	0.54	1.8
8	с	2.27	1.57	0.23	0.29	0.6	1.2
9	а	2.27	0.7	0.16	0.08	0.48	1.8
10	с	2.27	1.57	0.36	0.17	0.48	1.1

Продолжение таблицы 2

№	Антициклон (а) Циклон (с)	$Bu_0 = (R_d/R_0)^2$	$Bu = (R_d/R)^2$	$Ro = V/Rf$	$Fr = V^2/g'h$	V/V_g	R/R_0
11	а	1.13	0.67	0.16	0.08	0.5	1.3
12	а	1.13	0.28	0.12	0.1	0.86	2
13	с	0.56	0.46	0.27	0.33	1.21	0.9
14	а	0.11	0.14	0.23	0.38	2.41	0.9
15	а	0.11	0.09	0.14	0.26	2.45	1.1
16	с	0.11	0.09	0.22	0.47	3.27	1.1
17	с	0.11	0.13	0.25	0.47	2.82	0.9
18	а	0.11	0.13	0.08	0.47	2.82	1.5
19	а	0.28	0.07	0.08	0.19	1.4	2
20	с	0.28	0.28	0.42	0.1	1.15	1

Как уже указывалось ранее, для всех опытов после затухания инерционных колебаний были построены графики зависимостей скорости частиц от расстояния между центром вихря. Примеры таких графиков для циклона и антициклона, для одного и того же значения безразмерного времени t/T представлены на рисунке 6.

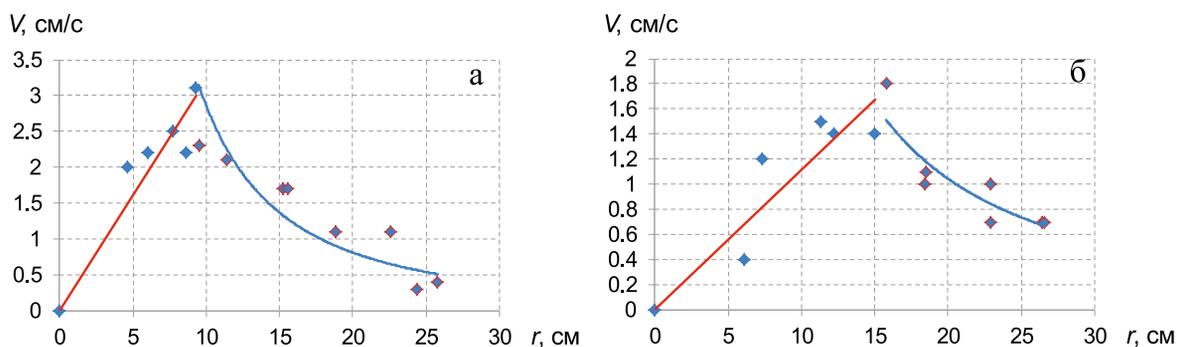


Рис. 6 – График зависимости скорости частиц от их расстояния от центра для:
 а) циклонического вихря ($\Delta S = 20$ промилле, $T = 10$ секунд, $Bu_0 = 0,56$; $t/T = 30$);
 б) антициклонического вихря ($\Delta S = 20$ промилле, $T = 10$ секунд, $Bu_0 = 0,56$; $t/T = 30$).

Красный отрезок – аппроксимация $V \sim r$ для ядра вихря,
 синяя линия – $V \sim 1/r$ для периферии вихря

На данном графике прослеживаются типичные для интенсивных вихрей особенности поля скорости на ранней стадии их эволюции. Выделяется ядро вихря, в котором имеется твердотельное вращение воды вокруг центра вихря ($V \sim r$), а также периферия вихря, где скорость вращения уменьшается обратно пропорционально расстоянию от центра ($V \sim 1/r$). Данное распределение скорости вихревого движения соответствует вихрю Ренкина, завихренность которого постоянна в области ядра и равна $2V/R$, где R – радиус ядра, а за его пределами равна нулю. Очевидно, что влияние горизонтальной вязкости должно приводить к диффузии завихренности, вследствие чего разрыв между ядром и периферией вихря должен сглаживаться. Не исключено, что со временем радиальное распределение скорости преобразуется к более

«плавному» виду, характерному для вихря Бюргерса. Однако достоверно подтвердить это не удастся из-за разброса данных измерения орбитальной скорости при небольших ее значениях.

После завершения стадии инерционных колебаний эволюция как циклонических, так и антициклонических, вихрей происходит по одному из трех сценариев.

Первый сценарий: вихрь теряет осесимметричную форму, по его границе бегут азимутальные волны, он вытягивается и разрывается на два или более вторичных вихря того же знака (рисунок 7). Это – сильная бароклинная неустойчивость.

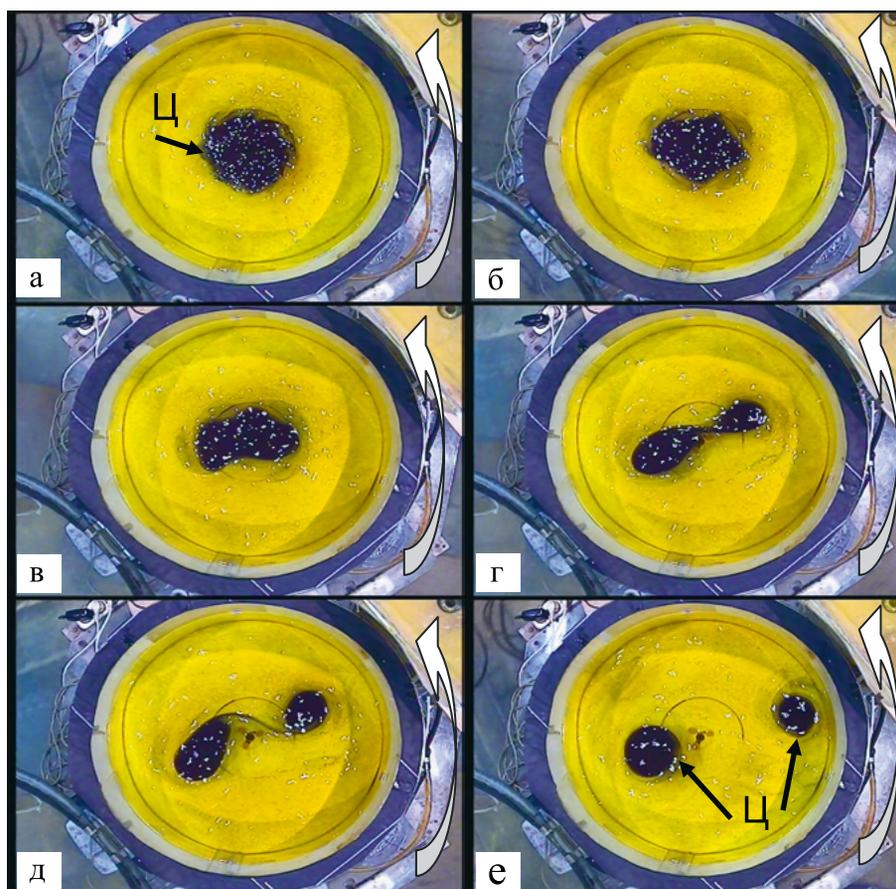


Рис. 7 – Кадры сильной бароклинной неустойчивости и распада циклонического вихря для $Bi_0 = 0.28$ ($T = 10$ с; $\Delta S = 10$ промилле):

а) $t/T = 1$; б) $t/T = 4$; в) $t/T = 5$; г) $t/T = 6$; д) $t/T = 9$; е) $t/T = 24$. Белая широкая стрелка справа на каждом кадре показывает циклоническое направление вращения платформы

Второй сценарий: вихрь теряет осесимметричность, но не разрывается, а существует в «вытянутом» виде, и к его «узким» сторонам присоединяются вихри противоположного знака, которые вытягивают из первоначального вихря филаменты, наматывающиеся на присоединенные вихри (рисунок 8). Это – слабая бароклинная неустойчивость. Формирование присоединенных вихрей может иметь, как минимум, две физические причины. Прежде всего, это может быть результат бароклинной неустойчивости, вследствие которой на границе ядра антициклона образуются

растущие азимутальные волны, в вогнутой части которых во внешней жидкости формируются циклоны. При низкомодовой неустойчивости с $n = 2$ ($n = 2\pi R/\lambda$, где λ – длина волны неустойчивости) возникают два присоединенных циклона, отстоящие друг от друга приблизительно на 180° , которые образуют вихревые пары с «материнским» антициклоном и растягивают его до определенных пределов, не вызывая его разрыва, как это происходит при сильной неустойчивости. Кроме того, присоединенные циклоны могут образовываться в результате сдвиговой неустойчивости на периферии антициклона в области циклонического сдвига скорости как «вихри трения» (Федоров, 1983). Следует отметить, что время существования присоединенных циклонов, как правило, меньше времени существования «материнского» антициклона, и в процессе его угасания присоединенные циклоны могут затухать и образовываться несколько раз.

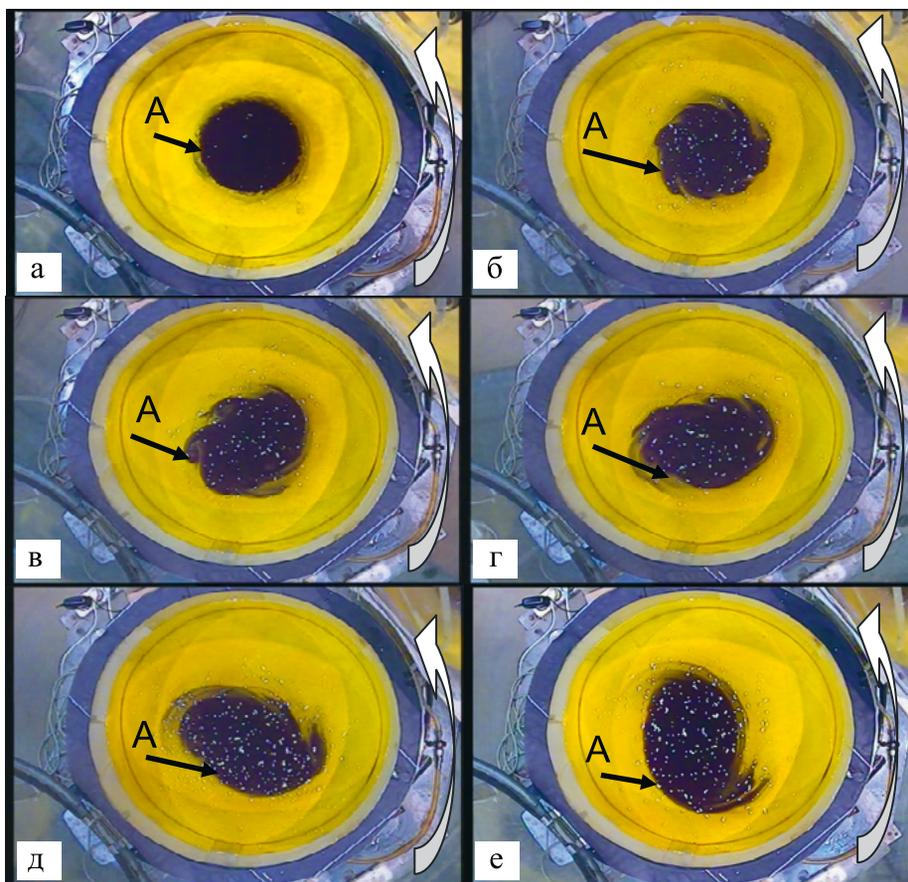


Рис. 8 – Кадры слабой бароклинной неустойчивости антициклонического вихря для $V_{c0} = 0.28$ ($T = 10$ с; $\Delta S = 10$ промилле):

а) $t/T = 1$; **б)** $t/T = 4$; **в)** $t/T = 5$; **г)** $t/T = 6$; **д)** $t/T = 9$; **е)** $t/T = 24$. Белая широкая стрелка справа на каждом кадре показывает циклоническое направление вращения платформы

Третий сценарий: вихрь сохраняет осесимметричную форму до конца опыта, а его орбитальная скорость в ядре медленно уменьшается со временем из-за вязкого трения (рисунок 9) – бароклинная устойчивость вихря.

Первый сценарий (сильная бароклиническая неустойчивость) реализуется при не-больших значениях Bu_0 . Второй (слабая бароклиническая неустойчивость) при промежу-точных значениях Bu_0 . Третий – в случае бароклинической устойчивости вихря – при относительно больших значениях Bu_0 .

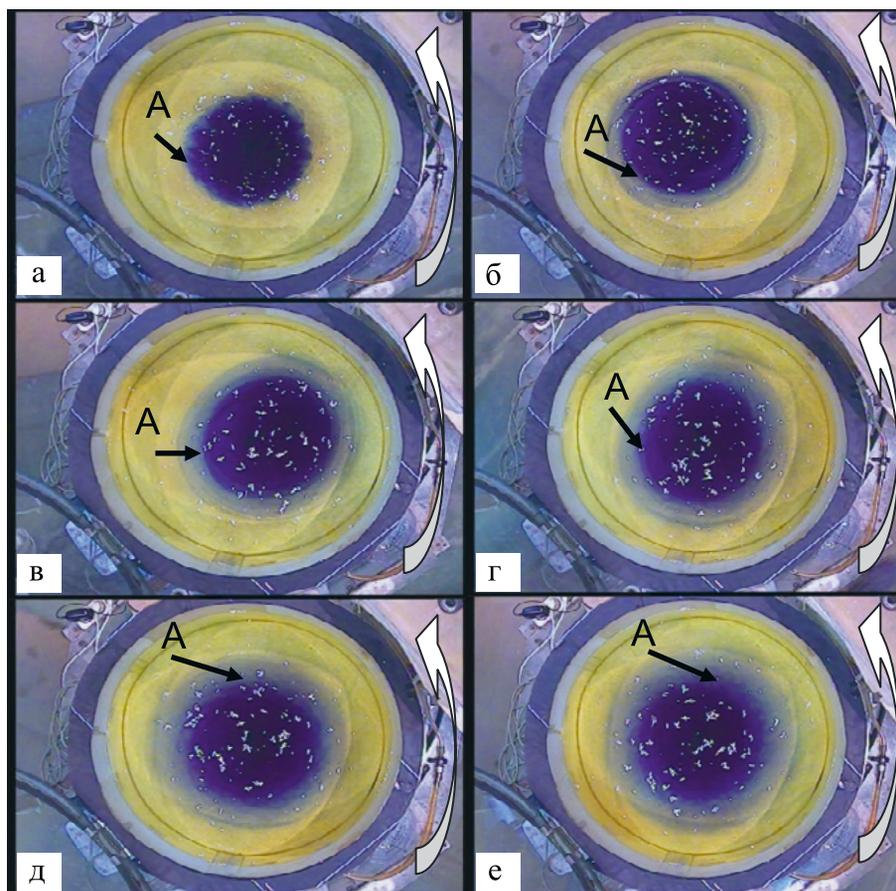


Рис. 9 – Кадры устойчивой эволюции бароклинического антициклонического вихря для $Bu_0 = 1.13$ ($T = 10$ с; $\Delta S = 40$ промилле):

а) $t/T = 1$; **б)** $t/T = 4$; **в)** $t/T = 5$; **г)** $t/T = 6$; **д)** $t/T = 9$; **е)** $t/T = 24$. Белая широкая стрелка справа на каждом кадре показывает циклоническое направление вращения платформы

Важно отметить одну особенность эволюции устойчивых вихрей: размер их подкрашенного ядра после затухания квази-инерционных колебаний ($t/T > 8$) практически не изменялся со временем. При этом максимальная орбитальная скорость вращения пелеток все последующее время опыта наблюдалась приблизительно на границе подкрашенного ядра, но уменьшалась со временем. Завершение опыта обычно было связано с появлением мелкомасштабных конвективных циклонических вихрей в области первоначального вихря (Дикарев, 1983), свидетельствующих о практическом исчезновении его собственной динамики.

Опыты с исследованием устойчивости/неустойчивости как циклонических, так и антициклонических вихрей, проводились при следующих значениях начального числа Бургера: $Bu_0 = 2.27; 1.12; 0.56; 0.28; 0.11$. Оказалось, что при $Bu_0 = 2.27-0.56$,

как циклоны, так и антициклоны, являются устойчивыми, сохраняют близкую к осесимметричной форму и медленно затухают под влиянием вязкого трения. При $Vu_0 = 0.28-0.11$ все вихри являлись неустойчивыми. При этом неустойчивость циклонических вихрей при одних и тех же значениях параметров протекала более «бурно», чем антициклонических. Так, при $Vu_0 = 0.28$ циклонический вихрь испытывал сильную неустойчивость и распадался на 2 «вторичных» вихря (рисунок 7), тогда как антициклонический испытывал слабую неустойчивость (рисунок 8). При $Vu_0 = 0.11$ циклонический вихрь распадался на 3 вторичных вихря, а антициклонический – на 2. Наиболее вероятной причиной более сильного проявления неустойчивости циклонических вихрей является влияние агеострофичности циклонических вихрей, выражающееся в наличии значительной центробежной силы, которая должна способствовать распаду вихря, потерявшего осесимметричность.

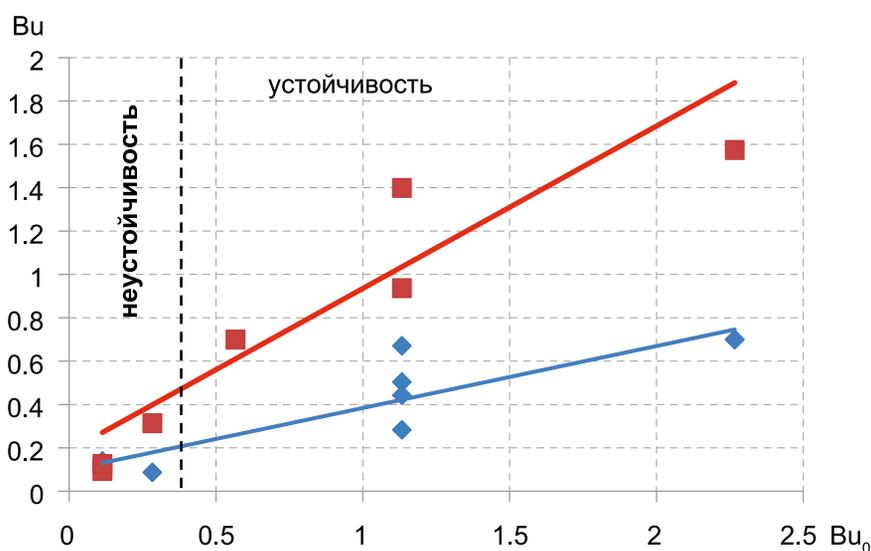


Рис. 10 – Зависимость реального числа $Vu=(R_d/R)^2$ от начального – $Vu_0=(R_d/R_0)^2$. Красные квадраты – циклоны, синие ромбы – антициклоны. Прямые – линии трендов

Очевидно, что анализ устойчивости/неустойчивости вихрей более корректно проводить, используя в качестве критерия не начальное, а реальное число Бургера, $Vu=(R_d/R)^2$, которое, при одном и том же начальном числе, различно для циклона и антициклона, как это можно увидеть из таблицы 2 и рисунка 10.

Из рисунка 10 следует, что неустойчивость циклонов наступает при значении реального числа Бюргера приблизительно вдвое больше, чем для антициклона. Если причиной этого является большая агеострофичность циклонов, то критерий устойчивости должен включать в себя не только число Бюргера, но и число Фруда, т. е. представлять собой комбинацию этих двух параметров.

На рисунке 11 отображена зависимость параметра Vu/Fr от Vu_0 , построенная для тех же экспериментальных данных, что и зависимость Vu от Vu_0 на рисунке 10. Из рисунка 11 видно, что красные (циклон) и синие (антициклон) символы значительно сблизилась. Это означает, что параметр Vu/Fr , учитывающий агеострофику

(т. е. влияние центробежной силы), значительно лучше описывает переход от устойчивого к неустойчивому состоянию вихря. При этом переход от устойчивого состояния как циклонов, так и антициклонов, происходит, по-видимому, при $Bu/Fr = 1.0-1.5$, если $H_1/H_2 = 0.4$, а $E \approx 10^{-4}$. Очевидно, что этот результат нуждается в дополнительной экспериментальной проверке и уточнении.

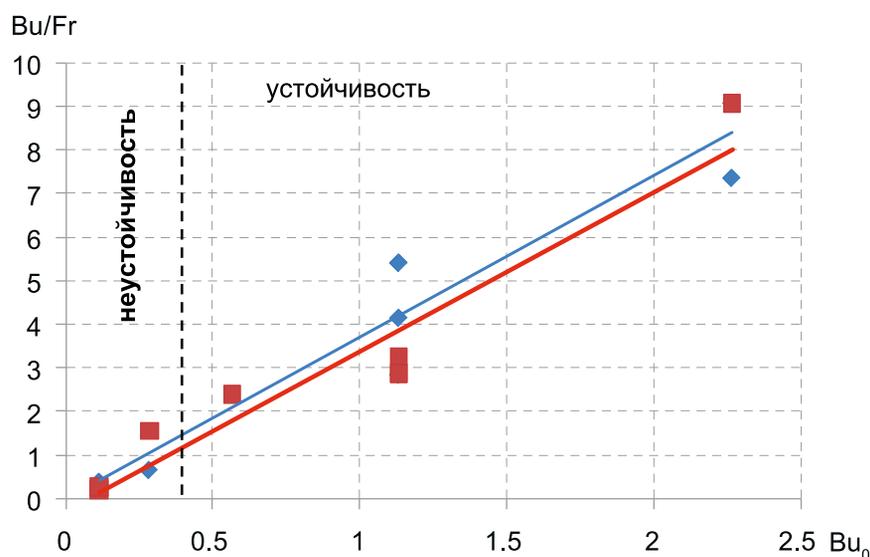


Рис. 11 – Зависимость параметра Bu/Fr от Bu_0 .

Красные квадраты – циклоны, синие ромбы – антициклоны. Прямые – линии трендов

Следует отметить, что развитие сильной неустойчивости и распад вихря на вторичные происходит за достаточно короткое время, составляющее 10–20 периодов вращения платформы (лабораторных суток), тогда как слабая неустойчивость и затухание вихря под влиянием вязкого трения продолжается 100–200 лабораторных суток, т. е. имеет на порядок большую временную продолжительность.

В заключение обсудим физические механизмы и закономерности вязкой релаксации вихрей. Она может происходить под влиянием как вертикального, так и горизонтального трения. Наша первоначальная гипотеза состояла в доминирующей роли вертикального трения, передающего завихренность в нижний слой, где она быстро гасится трением на дне. Однако эта гипотеза не подтвердилась, по крайней мере, для достаточно большого перепада солености (плотности) через границу раздела. Об этом свидетельствуют опыты с одинаковыми по другим параметрам циклоническими вихрями над гладким и шероховатым дном (рисунок 12). Учитывая, что, согласно всем опытам, затухание максимальной орбитальной скорости вихря от времени происходит по близкому к экспоненциальному закону, графики зависимости безразмерной орбитальной скорости в вихре (V/V_g) от безразмерного времени (t/T) на рисунке 12 представлены в полулогарифмических координатах.

Из рисунка 12 следует, что небольшая шероховатость дна ($d = 0.2$ см), сопоставимая с экмановским масштабом толщины ($h_e = (2\nu/f)^{1/2} = 0.18$ см), никак не влияет на

скорость затухания вихря. Из этого можно сделать заключение, что вихрь затухает за счет эффектов трения в верхнем слое. Это имеет физическое объяснение, поскольку в радиальном направлении нет плотностной стратификации, а в вертикальном – есть. Она многократно уменьшает трение между слоями воды разной плотности по сравнению с трением на дне бассейна. Поэтому передача импульса из верхнего в нижний слой, по-видимому, весьма слаба, по сравнению с его передачей в радиальном направлении. Это соображение было подтверждено аналогичными опытами с изучением эволюции устойчивых антициклонических вихрей над гладким и шероховатым дном, причем для условий большой шероховатости ($d \approx 0.5$ см). И в этих опытах значительного различия во времени затухания вихрей над гладким и шероховатым дном выявлено не было.

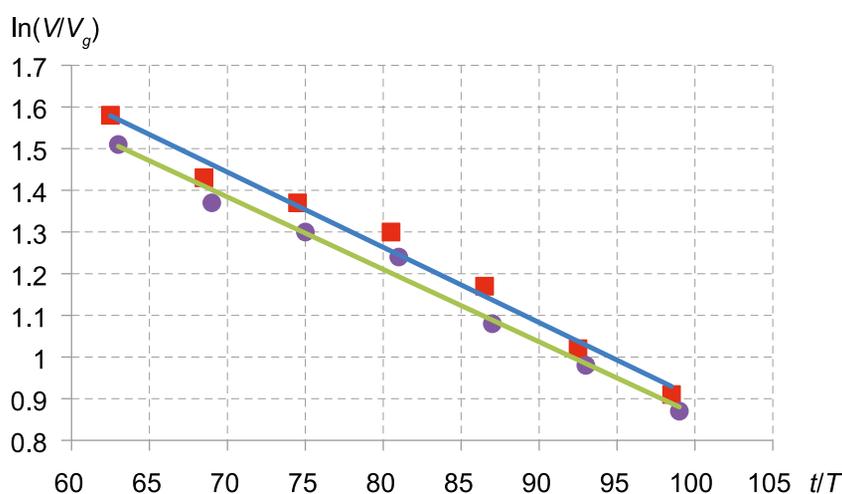


Рис. 12 – Зависимости натурального логарифма безразмерной скорости от безразмерного времени для устойчивого вихря над гладким и шероховатым дном. Циклон, $\Delta S = 20$ промилле, $T = 20$ с, $Vu_0 = 2.27$. Красные квадраты – данные измерений для гладкого дна, фиолетовые круги – данные измерения для шероховатого дна, синяя линия – линейный тренд для гладкого дна, зеленая линия – линейный тренд для шероховатого дна. Размер шероховатости – $d = 0.2$ см

Анализируя временную эволюцию устойчивых антициклонических вихрей, удалось выявить интересное явление. В нескольких опытах над гладким дном наблюдалось немонотонное уменьшение максимальной орбитальной скорости со временем (рисунок 13). Из этого рисунка видно, что в интервале безразмерного времени $100 < t/T < 130$ происходит рост орбитальной скорости вращения (синие ромбы), который существенно превышает ошибку измерения и составляет около 30 % измеряемой величины. После этого скорость опять уменьшается во временном интервале $130 < t/T < 170$, а затем снова увеличивается при $170 < t/T < 200$. Позднее она опять уменьшается, но недостаточно достоверно. В случае шероховатого дна этот эффект также присутствовал, но был менее выражен (рисунок 13).

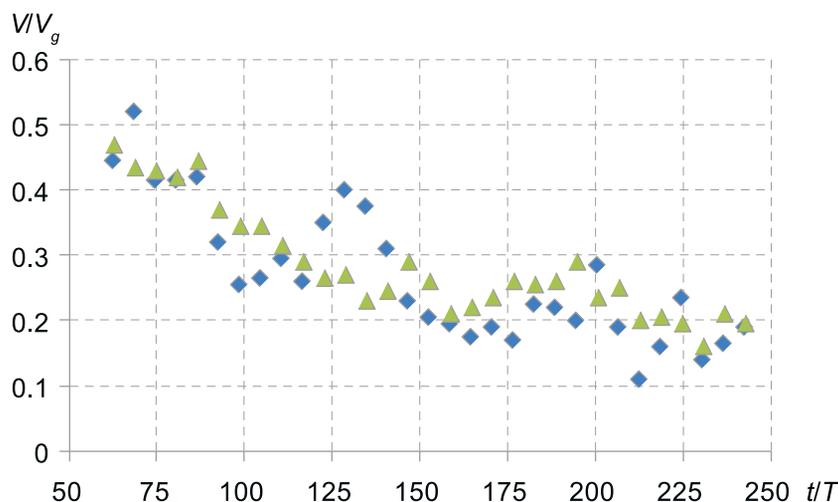


Рис. 13 – График зависимости максимальной орбитальной безразмерной скорости вихря V/V_g от безразмерного времени t/T . Антициклон, $\Delta S = 40$ промилле, $T = 10$ с, $Bu_0 = 1.13$.
Синие ромбы – данные для гладкого дна,
зеленые треугольники – данные для шероховатого дна ($d = 0.5$ см)

Феномен немонотонного затухания орбитальной скорости антициклонического вихря может быть связан с формированием присоединенных циклонических вихрей на его вязкой периферии. В (Елкин, Зацепин, 2013; Zatsepin et al., 2019) было показано экспериментально, что в области циклонического сдвига скорости на периферии антициклонических вихрей часто образуются присоединенные циклонические вихри. Эти циклоны, в принципе, способны подкручивать «материнский» антициклон, добавляя ему завихренность. Однако, данное предположение нуждается в проверке.

Другой возможной причиной обсуждаемого феномена может быть взаимодействие антициклона с достаточно интенсивным циклоном в нижнем слое, образующимся вследствие закона сохранения потенциального вихря (см. формулу 14). Для проверки этой гипотезы был проведен опыт, в котором стратификация создавалась за счет водного раствора сахара в нижнем слое, а течение в нем было визуализировано электрохимическим способом. Данный опыт продемонстрировал очень слабое циклоническое вихревое течение в нижнем слое, не соответствующее формуле (14), которое сменялось столь же слабым антициклоническим вихревым течением на масштабе времени $t/T < 30$. Из этого можно заключить, что из-за трения на дне происходит быстрая вязкая релаксация вихря в нижнем слое, и он вряд ли оказывает существенное влияние на вихревую динамику верхнего слоя.

Тем не менее, некоторое влияние вихревого движения в нижнем слое на эволюцию вихря в верхнем слое все же удалось выявить. Во-первых, оказалось, что большая шероховатость дна ($d \approx 0.5$ см) увеличивает устойчивость как антициклонических, так и циклонических, вихрей. Этот эффект проявился в том, что при $Bu_0 = 0.28$ над шероховатым дном, антициклонические вихри, испытывавшие слабую неустойчивость над гладким дном, становились устойчивыми,

а циклонические вихри, испытывавшие сильную неустойчивость над гладким дном (рисунки 14а–б), над шероховатым испытывали лишь слабую неустойчивость (рисунки 14в–г).

Во-вторых, наклонное дно в бассейне примерно таким же образом увеличивало устойчивость как циклонов, так и антициклонов верхнего слоя. Это демонстрируют рисунки 15в–г, на которых представлены кадры эволюции циклонического вихря для $Bu_0 = 0.11$ над наклонным дном. Они свидетельствуют о наличии слабой неустойчивости вихря, тогда как при тех же самых параметрах опыта над гладким дном циклонический вихрь распадался на три, то есть испытывал сильную неустойчивость (рисунки 15а–б). Логично предположить, что и шероховатое, и наклонное дно влияют как на интенсивность вихрей в нижнем слое, так и на свободу их перемещения, а бароклинная неустойчивость вихрей верхнего слоя неизбежно сопровождается порождением вихрей в нижнем слое и их совместным перемещением с вихрями верхнего слоя. Однако для полноценного физического объяснения данного феномена одновременные измерения поля скорости должны производиться в обоих слоях и иметь достаточно высокую точность, которой не удалось достичь в описанном эксперименте.

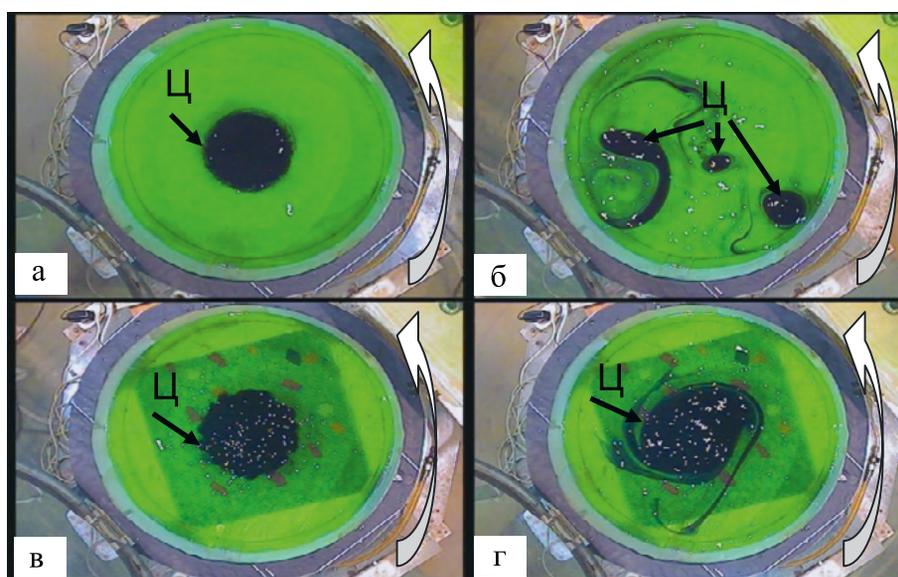


Рис. 14 – Кадры видеосъемки, иллюстрирующие: а)–г) влияние шероховатого дна ($r_0 = 0.5$ см) на устойчивость циклонического вихря для $Bu_0 = 0.11$ ($T = 10$ с; $\Delta S = 4$ промилле). Слева – $t/T = 1$, справа – $t/T = 24$.

а) и б) горизонтальное гладкое дно, в) и г) горизонтальное шероховатое дно.

Белая широкая стрелка справа на каждом кадре показывает циклоническое направление вращения платформы

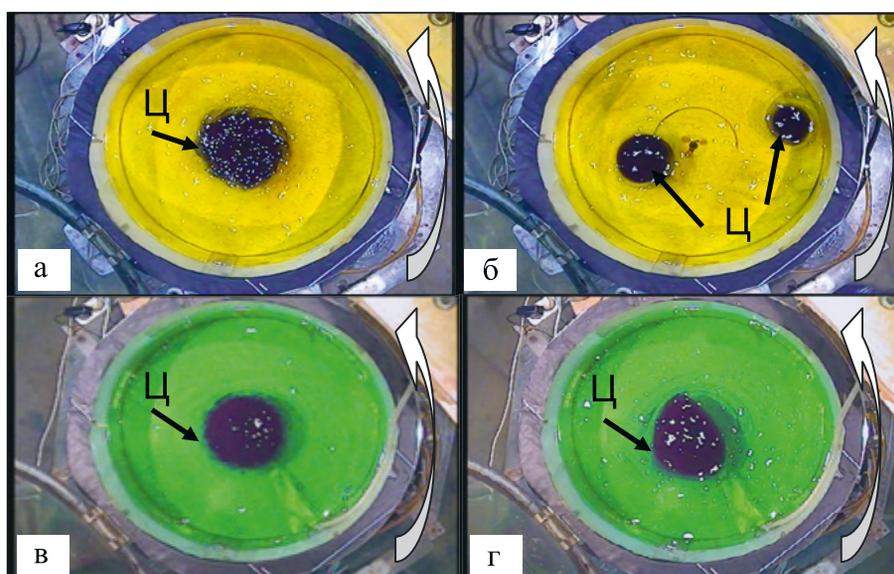


Рис. 15 – Кадры видеосъемки, иллюстрирующие: а)–г) влияние наклонного дна (угол наклона 15°) на устойчивость циклонического вихря для $Vu_0 = 0.28$ ($T = 10$ с; $\Delta S = 10$ промилле). Слева – $t/T = 1$, справа – $t/T = 24$.

а) и б) горизонтальное гладкое дно, в) и г) наклонное гладкое дно.

Белая широкая стрелка справа на каждом кадре показывает циклоническое направление вращения платформы

Поскольку вязкая релаксация как циклонических, так и антициклонических, вихрей происходит приблизительно по экспоненциальному закону и при этом некоторую роль в затухании этих вихрей играет как горизонтальное трение в верхнем слое, так и вертикальное трение на плотностной границе между слоями, попробуем представить закон затухания в следующем виде:

$$V(t)/V_0 = \exp(-t/\tau), \quad (18)$$

$$\tau = C_i(RH_1/(\nu\Omega))^{1/2}. \quad (19)$$

Здесь V_0 – максимальная орбитальная скорость вихря сразу после прекращения околоинерционных колебаний, $V(t)$ – его максимальная орбитальная скорость в последовательные моменты времени t , R – радиус его невязкого ядра (радиус пятна подкрашенной воды), H_1 – толщина верхнего слоя, $\nu = 10^{-2}$ см²/с – кинематическая вязкость воды, $\Omega = f/2$ – угловая скорость вращения платформы, C_i – эмпирический коэффициент, связанный с трением на плотностной границе раздела, а τ – постоянная времени затухания вихря. Параметризация этого показателя в виде (19) требует пояснения.

Если предположить, что затухание вихря в верхнем слое происходит за счет «жидкого» трения на плотностной границе раздела и передачи импульса по горизонтали в области вязкой периферии вихря, то скорость его затухания должна зависеть как от масштаба времени спинапа (17), так и от радиуса ядра вихря и его «бокового» трения. Оба эти обстоятельства отражены в параметризации постоянной времени затухания вихря (19). Определенным критерием ее применимости является малый

разброс всех экспериментальных точек, а также уменьшение максимальной орбитальной скорости течения в $e \approx 2.72$ раз при $\tau/T = 1$.

На рисунке 16а представлена зависимость $V(t)/V_0$ от t/T для всех опытов. Виден довольно большой разброс точек. Особенно сильно отличаются друг от друга зависимости для циклонов и антициклонов: первые затухают приблизительно в 2 раза быстрее, чем вторые. Это ожидаемо, поскольку радиус циклонов и их потенциальная энергия существенно меньше, чем антициклонов (см. рисунок 5). На рисунке 16б те же точки построены в полулогарифмическом масштабе. Черная линия – линейный тренд, соответствующий уравнению $\ln(V(t)/V_0) = -0.017t/T$ с коэффициентом корреляции $R = 0.83$.

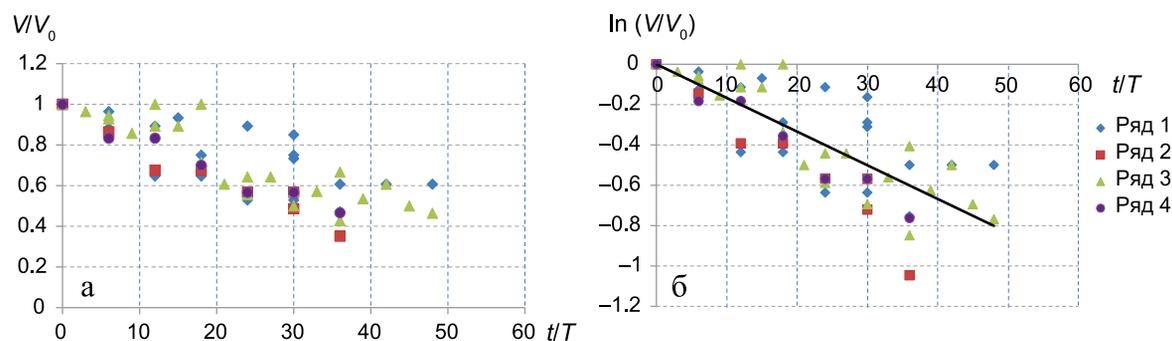


Рис. 16 – Зависимость а) $V(t)/V_0$ от t/T ; б) $\ln(V(t)/V_0)$ от t/T для устойчивых вихрей. Ряд 1 – антициклон, гладкое дно; ряд 2 – циклон, гладкое дно; ряд 3 – антициклон, шероховатое дно; ряд 4 – циклон, шероховатое дно. Черная линия – линейный тренд

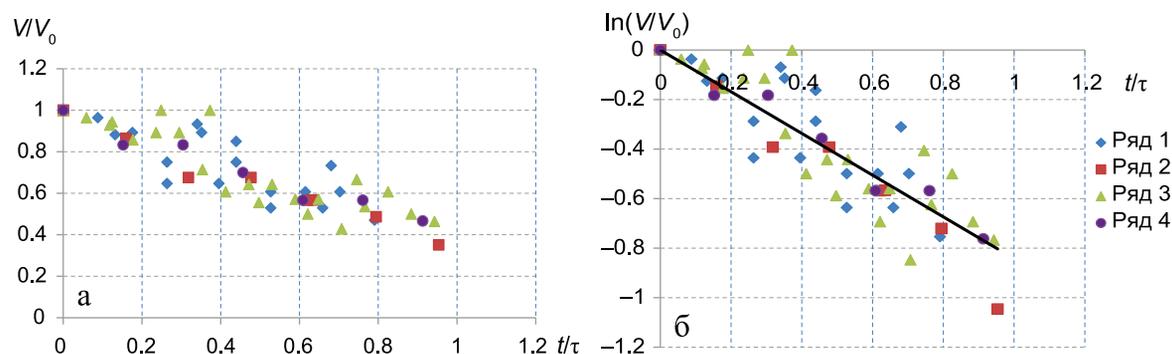


Рис. 17 – Зависимость а) $V(t)/V_0$ от t/τ ; б) $\ln(V(t)/V_0)$ от t/τ ; в полулогарифмическом масштабе. 1 – антициклон, гладкое дно; 2 – циклон, гладкое дно; 3 – антициклон, шероховатое дно; 4 – циклон, шероховатое дно. Черная линия – линейный тренд

На рисунке 17а представлена зависимость $V(t)/V_0$ от t/τ при $C_i = 6$. Видно, что разброс точек значительно уменьшился по сравнению с рисунком 16а и безразмерный масштаб времени затухания циклонов и антициклонов практически одинаков. На рисунке 17б те же точки построены в полулогарифмическом масштабе. Черная линия – линейный тренд, отвечающий уравнению $\ln(V(t)/V_0) = -0.84t/\tau$ с коэффициентом корреляции $R = 0.91$ при $\tau = 6(2RH_1/(vf))^{1/2}$: В диапазоне изменения $0 < t/\tau < 1$

экспериментальные точки довольно кучно укладываются на линию тренда и уменьшаются приблизительно в e – раз при $\tau/T = 1$, что свидетельствует о правильно выбранном масштабировании. Довольно большое значение коэффициента $C_i = 6$ может быть обусловлено малостью вязкого трения на плотностной границе раздела и бокового трения по сравнению с трением на дне бассейна. Вместе с тем следует признать, что параметризация (19) не имеет должного теоретического обоснования. Кроме того, она должна быть проверена на данных опытов, где параметры R и H_1 изменяются в возможно широких пределах.

Из рисунка 17б видно, что часть точек (ряды 1 и 3) существенно отклоняется вверх от регрессионной линейной зависимости. Эти точки относятся к антициклонам, для которых было характерно немонотонное затухание, сопровождавшееся периодическим увеличением орбитальной скорости (рисунок 15). Такое увеличение, возможно, обусловленное «подкруткой» антициклона присоединенными к нему циклоническими вихрями, приводило к возрастанию времени их затухания по сравнению с вихрями, орбитальная скорость которых убывала монотонным образом. С другой стороны, присоединенные циклоны подходят довольно близко к стенке бассейна и могут увеличивать горизонтальное трение и, тем самым, ускорять затухание «материнского» антициклона. Этого, однако, не происходит. Данный феномен не имеет ясного физического объяснения.

Напоследок попробуем применить формулу (19) с $C_i = 6$ для оценки времени затухания мезомасштабного черноморского вихря со следующими параметрами: $R = 30$ км, $H_1 = 200$ м, $f = 10^{-4}$ с $^{-1}$, $\nu = 10^{-4}$ м 2 /с. Данное значение коэффициента эффективной вязкости приблизительно соответствует «вертикальной» вязкости (Блатов и др., 1984). Подставляя в (19) эти значения, получим: $\tau \approx 6.5$ лет! Это в 10–20 раз больше времени затухания такого вихря (Кубряков, Станичный, 2015). Чтобы получить более или менее реальное время затухания вихря надо использовать значение $\nu \sim 3 \cdot 10^{-2}$ м 2 /с, которое имеет промежуточное значение между коэффициентом вертикального и горизонтального трения в морской водной среде. Возможно, что в формулу (19) вместо одного коэффициента вязкости ν должна входить комбинация коэффициентов вязкости по вертикали – ν_v и по горизонтали – ν_H , т. е. $(\nu_v \nu_H)^{1/2}$. В этом случае оценка времени затухания черноморских мезомасштабных вихрей по модифицированной формуле (19) становится более реалистичной.

5. Основные выводы

Собрана и успешно использована экспериментальная установка для моделирования бароклинных вихрей открытого океана, как циклонических, так и антициклонических, в двуслойно-стратифицированной вращающейся водной среде.

Опыты показали, что для моделируемых вихрей зависимость скорости вращения воды в вихре от его радиуса является типичной для интенсивных вихрей: на близком расстоянии от центра (в его ядре) наблюдается твердотельное вращение, а на

дальнем (в его периферии) – уменьшение скорости обратно пропорциональное расстоянию, как в вихре Ренкина.

Было обнаружено, что моделируемые вихри сохраняют осесимметричную форму (являются бароклинно устойчивыми) лишь при достаточно больших значениях начального числа Бюргера. При малых его значениях вихри испытывают бароклинную неустойчивость.

Установлено, что циклоны более неустойчивы, чем антициклоны. Это связано с их большей агеострофичностью, т. е. большим влиянием центробежной силы на динамику вихря. С учетом этого наблюдения, найден критерий устойчивости, единый для циклонов и антициклонов, определяющийся отношением числа Бюргера к числу Фруда.

В начале каждого опыта происходил процесс цикло-геострофического приспособления вихря, сопровождающийся радиальными колебаниями. Эти колебания, не изменяя своей частоты, постепенно затухают. Установлено, что частота этих колебаний близка к значению параметра Кориолиса, однако для циклонов она несколько больше, чем для антициклонов. Таким образом, данные колебания являются околоинерционными.

Для осесимметричных (устойчивых) циклонических вихрей подтверждено экспоненциальное затухание максимальной орбитальной скорости на границе ядра вихря со временем. В опытах с некоторыми антициклоническими вихрями обнаружен эффект периодического увеличения скорости вращения ядра вихря в общем процессе ее уменьшения, который нуждается в физическом объяснении и теоретическом обосновании.

Влияние шероховатого дна на процесс затухания вихрей было слабо выражено, даже когда шероховатость дна была значительной. Зато было установлено, что шероховатость дна увеличивает устойчивость как циклонических, так и антициклонических вихрей. Такой же, стабилизирующий вихри, эффект обнаружен и в случае наклонного дна.

Для устойчивых вихрей предложена параметризация масштаба времени их вязкого затухания. Попытка использования этой зависимости для оценки времени жизни черноморских мезомасштабных вихрей не была успешной. Скорее всего, такой результат обусловлен значительным различием коэффициентов вертикальной и горизонтальной вязкости в морских условиях, тогда как в лабораторных условиях этот коэффициент един и представляет собой молекулярную вязкость.

В дальнейшем считаем важным провести исследования, аналогичные описанным выше, но в значительно более широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи, включая шероховатость и наклон дна, а также дать теоретическое обоснование закономерностям монотонного и немонотонного затухания вихрей.

Благодарности. Работа выполнена в рамках госбюджетной темы № FMWE-2021-0002, при финансовой поддержке гранта РФФИ № 21-77-10052.

Список литературы

1. Блатов А. С., Булгаков Н. П., Иванов В. А. и др. Изменчивость гидрофизических полей в Черном море. Л.: Гидрометеоздат, 1984. 240 с.
2. Гринспен Х. П. Теория вращающихся жидкостей. Ленинград: Гидрометеоздат, 1975. 304 с.
3. Дикарев С. Н. О влиянии вращения на структуру конвекции в глубокой однородной жидкости // Доклады Академии наук СССР. 1983. Т. 273. № 3. С. 718.
4. Елкин Д. Н., Зацепин А. Г. Лабораторное исследование механизма сдвиговой неустойчивости морского вдольберегового течения // Океанология. 2014. Т. 54. № 5. С. 614–621.
5. Зацепин А. Г., Костяной А. Г. Лабораторные исследования неустойчивости бароклинных вихрей и фронтов. В сб.: Когерентные структуры и самоорганизация океанских движений. М.: Наука, 1992. С. 163–176.
6. Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А. С. Синоптические вихри в океане. Ленинград: Гидрометеоздат, 1982. 264 с.
7. Кошляков М. Н., Белокопытов В. Н. Синоптические вихри открытого океана: открытие и развитие исследований // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36. № 6. С. 613–627.
8. Кубряков А. А., Станичный С. В. Синоптические вихри в Черном море по данным спутниковой альтиметрии // Океанология. 2015. Т. 55. № 1. С. 65.
9. Федоров К. Н. Физическая природа и структура океанических фронтов. Л.: Гидрометеоздат, 1983. 296 с.
10. Griffiths R. W., Linden P. F. The stability of vortices in a rotating stratified fluid // J. Fluid Mech. 1981. Vol. 105. P. 283–316.
11. Griffiths R. W., Hopfinger E. J. The Structure of Mesoscale Turbulence and Horizontal Spreading at Ocean Fronts // Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers. 1984. Vol. 31. No. 3. P. 245–269. [https://doi.org/10.1016/0198-0149\(84\)90104-3](https://doi.org/10.1016/0198-0149(84)90104-3).
12. Kloosterziel R. C., van Heijst G. J. F. An experimental study of unstable barotropic vortices in a rotating fluid // J. Fluid Mech. 1991. Vol. 223. P. 1–24.
13. Saunders P. M. The Instability of a Baroclinic Vortex // J. Phys. Oceanogr. 1973. Vol. 3 (1). P. 61–65.
14. Zatsepin A. G. Some experiments on rotating baroclinic vortices // Tech. Report. 1983. WHOI-83-41. P. 272–285.
15. Zatsepin A. G., Kubryakov A. A., Aleskerova A. A., Elkin D. N., Kukleva O. N. Physical mechanisms of submesoscale eddies generation: evidences from laboratory modeling and satellite data in the Black Sea // Ocean dynamics. 2019. Vol. 69. No. 2. P. 253–266. <https://doi.org/10.1007/s10236-018-1239-4>.

Статья поступила в редакцию 12.12.2022, одобрена к печати 24.02.2023.

Для цитирования: Зацепин А. Г., Елкин Д. Н., Шварцман Д. Р. Предварительные результаты лабораторных исследований эволюции нефронтальных вихрей в двухслойной вращающейся жидкости // Океанологические исследования. 2023. № 51 (1). С. 5–35. [https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR-2023.51\(1\).1](https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR-2023.51(1).1).

**PRELIMINARY RESULTS OF LABORATORY INVESTIGATIONS
OF THE EVOLUTION OF NON-FRONTAL EDDIES
IN A TWO-LAYERED ROTATING FLUID**

A. G. Zatsepin^{1,2}, D. N. Elkin¹, D. R. Shvartsman²

¹*Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences,
36, Nakhimovskiy pospekt, Moscow, 117997, Russia,
e-mail: zatsepin@ocean.ru;*

²*Moscow Institute of Physics and Technology,
9, Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow region, 141701, Russia*

In this work, by means of laboratory modeling, the patterns of evolution (baroclinic instability and/or viscous degeneration) of mesoscale non-frontal baroclinic eddies, or open ocean eddies (without a core with the water of different density) were revealed. The experiment was provided in a two-layer salinity-stratified aquatic environment in a cylindrical tank located on a rotating platform. Using the original application of the “cylinder method”, single axisymmetric cyclonic and anticyclonic eddies were produced in the upper layer, and their evolution was traced over 100 or more platform rotation periods (laboratory days). It has been established that the vortices lose their stability if the value of the defining parameter representing the ratio of the Burger and Froude numbers is less than the critical one. In this case, eddies either fall apart into two or more secondary vortices (strong instability) or acquire an elongated shape (weak instability). The slope of the bottom and its roughness increase the stability of eddies. For values of the determining parameter greater than the critical one, the vortices are stable and gradually degenerate due to viscous friction. In the case of a large difference in salinity (density) between the layers, the bottom roughness does not have a significant effect on the rate of upper layer eddy damping, which, apparently, is determined by the friction in this layer. A parametrization is proposed that describes the exponential law of eddy decay, which is tested on the example of the Black Sea mesoscale eddy.

Keywords: Open ocean eddies, laboratory modeling, two-layer stratified rotating fluid, baroclinic instability, viscous degeneration viscous, smooth, rough, sloping bottom

Acknowledgments: The work was supported in the frame of the government assignment theme No. FMWE-2021-0002, and the financial support of the RSF, project No. 21-77-10052.

References

1. Blatov, A. S., N. P. Bulgakov, and V. A. Ivanov et al., 1984: *Hydrophysical fields variability in the Black Sea*. Leningrad, Gidrometeoizdat, 240 p.
2. Dikarev, S. N., 1983: Influence of rotation on convection structure in deep homogenous fluid. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **283** (3), 718–720.
3. Elkin, D. N. and A. G. Zatsepin, 2014: Laboratory study of a shear instability of an Alongshore sea current. *Oceanology*, **54** (5), 576–582.
4. Fedorov, K. N., 1983: *The Physical Nature and Structure of Oceanic Fronts*. Springer-Verlag, 333 p.

5. Greenspan, H. P., 1975: *The Theory of Rotating Fluids*. Leningrad, Gidrometeoizdat, 304 p.
6. Griffiths, R. W. and P. F. Linden, 1981: The stability of vortices in a rotating stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, **105**, 283–316.
7. Griffiths, R. W. and E. J. Hopfinger, 1984: The Structure of Mesoscale Turbulence and Horizontal Spreading at Ocean Fronts. *Deep Sea Research. Part A. Oceanographic Research Papers*, **31** (3), 245–269, [https://doi.org/10.1016/0198-0149\(84\)90104-3](https://doi.org/10.1016/0198-0149(84)90104-3).
8. Kamenkovich, V. M., M. N. Koshlyakov, and A. S. Monin, 1982: *Mesoscale eddies in the ocean*. Leningrad, Gidrometeoizdat, 264 p.
9. Kloosterziel, R. C. and G. J. F. van Heijst, 1991: An experimental study of unstable barotropic vortices in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.*, **223**, 1–24.
10. Koshlyakov, M. N. and V. N. Belokopytov, 2020: Mesoscale eddies in the open ocean: review of experimental investigations. *Physical oceanography*, **27** (6), 559–572.
11. Kubryakov, A. A. and S. V. Stanichny, 2015: Mesoscale eddies in the Black sea from satellite altimetry data. *Oceanology*, **55** (5), 56–67.
12. Saunders, P. M., 1973: The Instability of a Baroclinic Vortex. *J. Phys. Oceanogr.*, **3** (1), 61–65.
13. Zatsepin, A. G., 1983: Some experiments on rotating baroclinic vortices. *Tech. Report*. WHOI-83-41, 272–285.
14. Zatsepin, A. G. and A. G. Kostianoy, 1992: *Laboratory studies of the instability of baroclinic vortices and fronts. Coherent structures and self-organization of ocean motions*. Moscow, Nauka, 163–176.
15. Zatsepin, A. G., A. A. Kubryakov, A. A. Aleskerova, D. N. Elkin, and O. N. Kukleva, 2019: Physical mechanisms of submesoscale eddies generation: evidences from laboratory modeling and satellite data in the Black Sea. *Ocean dynamics*, **69** (2), 253–266, <https://doi.org/10.1007/s10236-018-1239-4>.

Submitted 12.12.2022, accepted 24.02.2023.

For citation: Zatsepin, A. G., D. N. Elkin, and D. R. Shvartsman, 2023: Preliminary results of Laboratory investigations of the evolution of non-frontal eddies in a two-layer rotating fluid. *Journal of Oceanological Research*, **51** (1), 5–35, [https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR-2023.51\(1\).1](https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR-2023.51(1).1).