

### РЕЦЕНЗИЯ № 3

на статью «ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ КЕРЧЕНСКОГО ПРОЛИВА. ЧАСТЬ 1: ВЕРИФИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИИ»

авторского коллектива: В. В. Фомин, Е. А. Коршенко, И. М. Кабатченко, А. В. Гусев, Н. А. Дианский

Поднятая тема соответствует проблематике научного журнала «Океанологические исследования», а научная проблема является актуальной. С другой стороны, изложенный материал работы на 24 страницах, оказался явно недостаточным для представления и полного раскрытия информации о полученных результатах. Первое впечатление у неискушенного читателя от этой статьи достаточно положительное: она написана солидно, достаточно хорошо мотивирована, особенно введение, где очерчена народно-хозяйственная необходимость проведения такого комплексного моделирования (океан... конечно в данном контексте это море + атмосфера + воздействие поверхностных волн + лёд – всё вместе). Последние годы наблюдается рост публикаций, использующих INMOM, в которых часто используется одна – две работы как обоснование применяемых там численных алгоритмов. При этом все работы, связанные с INMOM, требуют значительных усилий от читателя, чтобы понять, как собственно работает эта модель. Как представляется рецензенту (в погоне за рейтингами и показателями), статья написана в модном до недавнего времени стиле написания «коротких» статей, в которых содержится лишь упоминание отдельных положений, а все детали опускаются в ссылки. Для подробного анализа представленной работы для восстановления полной картины процесса моделирования гидрометеорологических параметров и применяемых методов на сеточной области в Керченском проливе, рецензенту пришлось погружаться в отсылаемые авторами работы их коллег. В связи с тем, что в представленной рукописи также не раскрыта математическая сущность комплексного моделирования рецензенту пришлось выполнять более детальное сопоставление статей, написанных в разные годы с тем, чтобы попытаться закрыть белые пятна рукописи крупными фрагментами информации из других. Основная проблема же этой статьи заключается в том, что Автор (ы) постоянно «прокальваются» в мелочах, в самом деле:

**Стр. 4, внизу, читаем:** *«Расчет турбулентных потоков тепла, пресной воды и импульса на поверхности океана осуществлялся согласно балк-формулам (Гилл, 1986)»* – книга Адриана Е. Гилла «*Atmosphere-ocean dynamics*» вышла в 1982 году и в 1986 году была переведена на русский язык. В 1986-м году Адриан Гилл умер в сравнительно молодом возрасте 49 лет. Эта книга имеет фундаментальное значение как учебник по геофизической гидродинамике, сравнимое лишь с книгой Педдоски. В ней действительно есть глава «*Chapter Two - Transfer of Properties between Atmosphere and Ocean*», посвященная передаче импульса и тепловых потоков между океаном и атмосферой. Вот только балк-формул там...ну если и есть, то только в зачаточно-интуитивном варианте. Дело в том, что эта специфическая область – параметризация физических процессов, связанных с взаимодействием океана и атмосферы – очень сильно развивалась за последние 40 лет. И, конечно, цитированием этого источника в этом конкретном контексте, Авторы словно хотят сказать, что они в этой области понятия не имеют, о чем это. Это звучит тем более гротескно, что выше на этой же странице авторы упоминают атмосферные модели «RegCM, COSMO или WRF, которые позволяют рассчитывать весь комплекс метеопараметров». Посмотрели бы хоть канонические ссылки, связанные с WRF в этом контексте. Сам же код WRF особо подразделяется на «dynamics» и «physics», где под «dynamics» понимается части кода, связанные с моделированием движения воздуха, а под «physics» как раз именно параметризации этих самых «подсеточных» (не разрешаемых вычислительной сеткой) процессов, и как раз именно им посвящается большая часть публикуемой литературы.

**На этой же странице внизу читаем:** «Сток рек задается в виде псевдоосадков, сосредоточенных в акваториях, примыкающих к устьям рек, задаваемых в соответствии с величинами стоков рек» - и какие же реки имеются ввиду?

Да, действительно, такая практика – учет влияния реки на соленость в верхнем слое сетки модели океана в виде виртуального дождя, эквивалентно уменьшающего солёность воды (или даже виртуального отрицательного потока солености) – является довольно распространенной, стандартной для моделей климата.

Дело в том, что на тех грубых сетках, порядка, скажем, 25 x 25 км по горизонтали для современных (или 100 x 100 км в начале 2000-х) моделей, и порядка 10 метров по вертикали, уже в одной ячейке содержится огромный объём воды, и всё на что может повлиять река, это слегка распреснить её (то что капает сверху автоматически усредняется по глубине верхнего слоя), а прямым влиянием реки (воды буквально становится больше, а значит, из-за неизбежного подъёма уровня свободной поверхности появляется градиент давления, стремящийся перераспределить воду по горизонтали) обычно пренебрегают.

Но, ведь сейчас мы имеем такую реку как Дон, впадающую в Азовское море, глубина которого в месте впадения буквально несколько метров, а толщина верхнего слоя сигма-сетки по крайней мере в 20 раз меньше. А средний расход воды Дона 935 м<sup>3</sup>/с, т.е. весьма значительный, и даже если его равномерно распределить на площадь всего Таганрогского залива, то всё равно получится нереально сильный дождь или виртуальный отрицательный поток солености.

Не было бы более разумно просто поставить математически честное условие на приток воды через боковую границу?

**Стр. 5, самый конец описания модели атмосферы, «...с пространственным разрешением 10 км в Ламбертовой проекции. Расчетная область модели WRF показана слева на рисунке 1»:** Во-первых, пространственное разрешение выражено в километрах, а значит не имеет значения в какой проекции: 10 км – это 10 км в любой проекции.

Во-вторых, в какой проекции выполнен рисунок 1? Почему область моделирования выглядит как трапеция со сторонами в виде прямых линий? Ведь модель атмосферы WRF подразумевает ортогональность координат. Рецензент ничего не знает о существовании версии WRF, которая может работать в координатах отличных от обычных широта-долгота. Возможно, какие-то новые версии и существуют, но скорее всего, нет. Если предположить, что WRF использует координаты широта-долгота, тогда границы сетки будут идти строго по параллелям и меридианам, и если рисунок 1 выполнен в проекции Ламберта, то заштрихованная область будет выглядеть как криволинейная трапеция с узкой стороной сверху, широкой внизу, и обе стороны будут не прямыми, а выпуклыми вниз.

Если же наоборот, представим себе, что сетка атмосферной модели построена как прямоугольник на проекции, дающей минимальные геометрические искажения (это может быть азимутальная стереографическая проекция с центром где-нибудь посередине Черного моря, либо проекция Ламберта с соответствующим выбором центральной широты; либо повернутая проекция Меркатора), то тогда координаты WRF будут очень близки к декартовым, поскольку само Черное море небольшое, а отличия пространственного разрешения от равномерного будут квадратично малы по отношению «размер области /радиус земли», то тогда да, если после этого нарисовать Рис. 1 в стандартной проекции Меркатора (или просто в координатах широта-долгота), то заштрихованная область будет выглядеть как перевернутая трапеция, как фактически на Рис. 1, но опять таки, верхняя и нижняя стороны будут криволинейными, выпуклостью вверх.

**Стр. 6, сверху:** «Для расчетов термогидродинамических и ледовых характеристик в Керченском проливе используется модель *INMOM* (Дианский, 2013; Moshonkin et al., 2018)» – эти «канонические» ссылки встречаются практически в каждой статье, где используется *INMOM*. В действительности же, несмотря на огромное количество

публикаций, включая монографии, **INMOM** остаётся одной из самых засекреченных моделей в мире. Самого кода никто, кроме его создателей, никогда не видел. А то, что написано в приведенных здесь ссылках не раскрывает и не может раскрыть содержание численных алгоритмов и конечно-разностных схем, применяемых в **INMOM**.

Так, например, известно, что **INMOM** использует sigma-координату в вертикальном направлении. А один из самых больных вопросов для сигма-моделей это численные ошибки, связанные с бароклинным градиентом давления. Какая схема используется в **INMOM**? Всё что можно найти в монографии *Дианский, 2013* на этот счет это формулу (1.32) на странице 28 и короткое обсуждение сразу на ней: «Одна из трудностей применения *sigma*-моделей динамики океана связана с наличием погрешности аппроксимации горизонтального градиента давления... Представление компонентов горизонтального градиента давления в виде (1.32) позволяет уменьшить эти погрешности, так как  $P_x = P_y = 0$  для линейного по глубине профиля плотности  $\rho = \text{const} \cdot \sigma \cdot H$ , который может давать значительный вклад в полный вертикальный профиль плотности». Т.е. получается, что Авторы осведомлены о наличии проблемы, но при этом не делают никаких усилий, чтобы как-то разрешить её, и, несмотря на то, что это хорошо известная проблема, даже не приводят никаких ссылок на соответствующую литературу.

А ведь в течение более чем десятилетия, начиная со статьи (Haneu, 1991), на эту тему велась ожесточенная дискуссия, ставящая под сомнение саму жизнеспособность сигма-моделей океана. Во-первых, формула (1.32) не является численным алгоритмом – это просто одна из возможных форм, записанная в частных производных, к которой можно привести бароклиный градиент давления в сигма-координатах. Конечно-разностная схема, необходимая для практической численной модели вовсе не идентифицируется формулой (1.32) – даже в рамках конечных разностей второго порядка последнюю можно аппроксимировать множеством способов, и получить, вообще говоря, различные результаты, какие-то лучше, какие-то хуже, какие-то вообще никуда не годятся на практике. Во-вторых, замечание что «Представление (1.32) позволяет уменьшить эти погрешности для линейного профиля по глубине» вовсе не выглядит убедительным для читателя мало-мальски знакомого с предметом: таким-же свойством (давать в точности нулевую ошибку в случае, если плотность является линейной функцией глубины) обладает, например, схема, используемая в широко известной модели **POM (Princeton Ocean Model)**. Причем заметим, что в случае **POM** речь идет уже о дискретной схеме, а уравнение (1.32) ещё нужно дискретизировать, и не всякая дискретизация будет автоматически обладать таким свойством.

Нигде вы не найдете разумного описания расщепления на баротропную и бароклиную моды. Всё что написано на этот счет в монографии (*Дианский, 2013*) уместается буквально на полторы страницы, с кульминацией на уравнении (1.107) на странице 55. Если мысленно исправить ошибки (в третьем уравнении в правой части нужно восстановить индексы по времени у  $u$ ,  $v$  -компонент баротропной скорости – они обязаны быть неявными,  $j+1$ , кроме того сказать что-то о весовых коэффициентах по времени – сейчас система написана как обратный шаг Эйлера для всех неявных членов, в действительности для некоторых из них – *Кориолиса* – следует применять взвешенную схему *Кранка-Николсона* с несколько большим акцентом на неявную часть, но все-таки не обратный Эйлер), то получится три связанные линейные уравнения.

**Далее, на странице 55, второй абзац после уравнений (1.107) читаем:**

«Система уравнений (1.107), также известная как система уравнений мелкой воды, может быть решена по неявной схеме интегрирования по времени двумя способами. Первый заключается в сведении системы трех уравнений к одному уравнению для [возмущения свободной поверхности]  $\zeta$ , второй же предполагает разрешение системы целиком. Ввиду удобства реализации и высокого быстродействия в нашей модели используется второй способ. Он использует специальный пакет программ по работе с

разреженными матрицами и может быть реализован как прямыми, так и итерационными [272] методами.»

Приведенная здесь ссылка [272] расшифровывается в списке литературы как: Saad Y. 1994 SPARSKIT: a basic tool kit for matrix computations. Version 2.

А недолгий поиск в интернете приводит нас веб-сайт: <https://wwwusers.cs.umn.edu/~saad/software/SPARSKIT/> где действительно можно взять пакет, насчитывающий несколько десятков подпрограмм на **ФОРТРАНе** и краткое описание к нему. Проблема же заключается в том, что это учебный пакет для студентов, предназначенный для того чтобы проиллюстрировать работу численных методов для решения задач линейной алгебры в которых появляются разреженные матрицы. После беглого ознакомления с этим пакетом становится очевидным, что приведенный выше абзац из монографии (Дианский, 2013) является чистой профанацией: совершенно не очевидно, как формируются эти самые разреженные матрицы, которые затем должны использоваться в качестве входных данных в подпрограммы; какие именно подпрограммы нужно использовать (там их всего более полусотни)? Какой именно численный метод выбрать (там их много)? Насколько оптимальным является этот метод? На какого-вообще читателя рассчитан этот параграф, как, впрочем, и вся монография в целом?

Почему создатели POP (Parallel ocean program, Los Alamos Nat. Lab.) и MITgcm (Massachusetts Inst. Technol. general circulation model) – две другие модели, использующие неявную свободную поверхность – годами мучились чтобы добиться адекватной эффективности своих «солверов» для решения возникающей здесь эллиптической задачи, а тут вдруг у них под носом просто валяется готовый пакет, который чудесным образом всё решает, а и ещё в более общем виде, когда члены, связанные с силой Кориолиса включены в неявную задачу?

Почему, в конце концов, большинство кодов, которые когда-то использовали решение эллиптических задач (возникающих из функции полных потоков в приближении твердой крышки, или из-за неявной свободной поверхности) в конце концов вообще отказались от их решения в пользу явно расщепленной баротропной моды? Примеры здесь MICOM/HYCOM, начиная с работы (Bleck and Smith, 1990); MOM, начиная с (Killworth et al., 1991); NEMO, POM, ROMS, MOM6(a.k.a. GOLD/HIM), MPAS (современный код из Лос-Аламоса, пришедший на замену POP) и другие? Уж не потому ли, что они не знали, что у них под носом лежит чудесный пакет программ и они просто не знали о его существовании? ...Не говоря уже о том что система уравнений (1.107) не совсем линейная: коэффициенты при баротропных скоростях в правой части уравнения свободной поверхности (третье уравнение (1.107)) зависят от полной глубины, а она, в свою очередь, уже зависит от самой свободной поверхности. Простое пренебрежение этим фактом (например, использование в этих коэффициентах значений свободной поверхности на предыдущем шаге по времени) приводит к невозможности одновременно обеспечить свойство сохранения для полей температуры и солёности, и свойство оставаться однородными полями, если они были таковыми на предыдущем шаге по времени (что является достаточно известной дилеммой, Griffies, Pacanowski, Schmidt & Balaji, 2001, а так же Campin, Adcroft & Hill, 2004, так же упоминается в руководстве POM).

Вторая приведенная здесь ссылка, (Moshonkin, Zalesny & Gusev, 2018), тоже не вносит ясности в ситуацию с «засекреченностью» численных алгоритмов INMOM.

Дело в том, что в этой статье просто подробно выписаны примитивные уравнения в сигма-координатах, и (на этот раз) в ортогональной криволинейной системе координат по горизонтальным направлениям, причем сохраняя все метрические члены, связанные с ней. Справедливости ради отметим, что в POM пренебрегается обменными членами, которые связаны кривизной горизонтальных в уравнениях для компонент скоростей « $u$ » и « $v$ ». В статье-же (Moshonkin et al, 2018) эти члены появляются как дополнение к параметру Кориолиса « $\eta$ » в уравнениях (2), (3) и (9) – именно в таком виде их записывает, например, (Arakawa & Lamb, 1979), и из этой формы так же следует конечно-разностная

версия этих уравнений, которая гарантирует что члены *Кориолиса* (включая дополнительные члены из-за кривизны координат) не совершают работы, т.е. если составить дискретные уравнения для кинетической энергии и просуммировать его по всем точкам сетки, то вклад этих членов тождественно сведется в ноль. Кроме того, в (Moshonkin et al., 2018) делается акцент на то, что уравнения написаны в «симметризованной» форме, правда не объясняется, что это значит, и главное, не объясняет мотивов, зачем это нужно. Внимательный читатель заметит, что уравнения в сигма-координатах можно написать, как в адвективной, так и в консервативной форме, причем все ранее известные сигма-модели, **POM/SPEM/SCRUM/ROMS/GETM/GOTM/FVCOM/MITgcm**, используют именно консервативную форму как основу для построения дискретных схем – по сути, они используют метод конечных объёмов, так же называемую *flux form*; в контексте уравнений мелкой воды такая схема известна как схема Дугласа Лилли (*Lilly, 1965*). Адвективная форма в её исходном виде не используется нигде, однако адвективные члены в уравнениях горизонтальных компонент скоростей можно переписать в так-называемой вектор-инвариантной форме (в российской литературе её иногда называют формой *Громекки-Лэмба*) и использовать её в качестве прототипа для построения конечно-разностных схем (этот путь был изначально предложен *Акио Аракавой* и Робертом Садорни) и используется такими моделями как **MICOM/HYCOM/GOLD/HIM/MOM6/NEMO**. Как правило, все слоистые/изопикнические модели придерживаются именно этой формы, в то время как **z**-координатные модели могут быть и такими, и консервативными. При этом уравнения для температуры и солёности дискретизированы, используя строго консервативную форму во всех без исключения, перечисленных здесь моделях.

Что же касается статьи (*Moshonkin et al., 2018*), то из уравнения (10) следует, что оператор полной производной по времени записан в виде полу-суммы консервативной формы и адвективной формы, умноженной (по сути) на высоту ячейки сетки. При этом по горизонтали эта работа придерживается формализма ортогональных криволинейных координат. Правильно ли я понимаю, что под «симметризованным» видом понимается именно эта особенность – уравнение (10)? Это, как если бы, взять уравнения для скоростей в консервативной форме уже дискретизированные по вертикали, но непрерывные по горизонтали, и сложить их с соответствующими уравнениями в адвективной форме, умноженными на высоту ячейки сетки (при этом размерности будут одинаковыми). Такой подход необычен, но его мотивы (и потенциальные преимущества) совершенно непонятны и нигде не объяснены. Что, например, скрывается под фразой «The symmetrized form gives the form of the adjoint operator, which is close to the original one» на стр. 6? Чем, например, эти уравнения более симметричны, чем такие же уравнения в статьях: (*Haidvogel, Wilkin & Young, 1991; Song & Haidvogel, 1994; Haidvogel et al., 2000; Haidvogel et al., 2008*)? [Здесь, справедливости ради, стоит отметить, что *Haidvogel* так же является очень большим любителем переписывать эти уравнения снова и снова из одной статьи в другую.] Так же, в статье (*Moshonkin et al., 2018*) обращает на себя внимание несколько необычная форма записи членов, связанных с горизонтальным градиентом давления в сигма-координатах, которая, впрочем, математически эквивалентна как стандартной (скажем, те же ссылки *Haidvogel et al.*), так и формуле (1.32) в монографии (*Дианский, 2013*) (правда в последнем случае нужно заменить вертикальные интегралы плотности на давление, используя уравнение гидростатики. Т.е. пока что ничего необычного здесь нет.

Но далее в разделе 2.4 (*Moshonkin et al., 2018*) кратко описывается метод решения – метод расщепления, традиционный для модели **INMOM**, и к нему сразу появляются вопросы:

**На первом этапе**, transport-diffusion, Eq. (18) – (21) делается обновление полей прогностических переменных, горизонтальных компонент скорости, температуры и

солёности в частных уравнениях, содержащих только адвективные члены (включая члены, связанные с криволинейными координатами), горизонтальной и вертикальной вязкости и диффузии. Причём никакого описания самой численной процедуры здесь нет: (*Moshonkin et al., 2018*) просто касаются этого вопроса, небрежно набросав 4 формулы безо всяких объяснений. Например, понятно, что шаг по времени идет от времени  $t(j)$  до  $t(j+1)$ . Понятно, что просто вычислить адвективные члены на шаге  $t(j)$ , затем умножить их на шаг по времени  $\Delta t$  и прибавить к значениям соответствующих величин на шаге  $t(j)$  нельзя – будет численная неустойчивость. Значит, нужен какой-то алгоритм по времени. Но об этом ничего не сказано.

В работе (*Дианский, 2013*) в этом контексте упоминается *Адамс-Баушфорт* (правда не понятно второго или третьего порядка). Горизонтальная вязкость и диффузия скорее всего используют прямой шаг *Эйлера*, а вертикальные обратный *Эйлер* (неявная схема) или взвешенный *Кранк-Николсон*. Но это читатель должен сам догадаться. Приведенные здесь ссылки [26, 27] тоже ничего не дают: первая это книга *Марчука* об общих принципах; вторая это (*Zalesny, Gusev, Ivchenko, Tamsalu & Aps, 2013*) совершенно бесполезна: в ней написаны те же уравнения в той же самой манере, только ещё более кратко.

**Второй этап, *adaptation of velocity and density fields, Eqs. (22) – (25)***, содержит недостающие члены, градиента давления и *Кориолиса*. Интуитивно понятно, что плотность вычисляется из температуры и солёности, которые должны соответствовать времени ровно посередине между старым  $t(j)$  и новым  $t(j+1)$  шагом по времени, чтобы обеспечить второй порядок точности по времени в членах градиента давления, а также численную устойчивость. Но об этом читатель должен догадаться сам.

*Eq. (25)* особо интересно само по себе: дело в том, что производная свободной поверхности  $d\zeta/dt$  не зависит от вертикальной координаты  $s$ , а вот все остальные члены в этом уравнении зависят. На самом деле возможность записать уравнение для свободной поверхности в таком 2D/3D смешанном виде это артефакт конкретного выбора устройства сигма координаты – такое получится, если смещения сигма-уровней, вызванные возмущениями свободной поверхности пропорциональны вертикальному индексу, отсчитываемому от дна. Было бы более правильным сделать их пропорциональными расстоянию от дна, так что чисто баротропное движение соответствовало бы вертикальному смещению уровней вместе с жидкими частицами.

Эти два случая совпадают, если сигма-координата устроена так, что вертикальное разбиение равномерно по вертикали. Ни в каком другом случае записать уравнение *Eq. (25)* в таком виде не получится. Подобная же путаница возникла в работе (*Song & Haidvogel, 1994*), но в конце концов с этим разобрались. В общем же виде, уравнение *Eq. (25)* является уравнением для вертикальной скорости, а не свободной поверхности (но тогда его было бы логичнее переписать справа налево, переставив  $d\zeta/dt$  в правую часть,  $dw \cdot s / ds$  сделать самым левым членом), а уравнение свободной поверхности получается как уравнение для снятия пере определённости: начиная от кинематического условия на дне,  $w_s = 0$ , вертикальная производная  $dw \cdot s / ds$  должна проинтегрироваться точно в ноль на поверхности, удовлетворив, тем самым, верхнее кинематическое граничное условие. Но опять же, манера, в которой написана работа (*Moshonkin et al., 2018*) подразумевает либо осведомленность читателя с какими-то внутренними материалами в ИВМ РАН, либо к построению умозрительных конструкций о том «как это могло бы быть», что само по себе подразумевает доскональное знание других сигма-моделей, например, **ROM** или **ROMS**, и эти умозаключения всё равно не давали бы однозначную картину происходящего внутри **INMOM**.

К чему вообще такой подробный разбор рецензентом этих, казалось бы, вторичных, деталей уже даже не в самой рецензируемой статье, а в цитируемых в ней источниках? Так же предвижу закономерный вопрос: зачем, по сути, делать рецензии уже давно опубликованных статей и монографий? Почему просто не оставить их в покое – как говорится, подписано и с плеч долой?

Дело в том, в течение последних нескольких лет наблюдается устойчивый поток публикаций, использующих **INMOM**, достигающий порядка десяти статей в год, и все эти статьи используют эти ссылки особенно (*Дианский, 2013*) в качестве основополагающих, фундаментальных источников **INMOM**, претендующих на обоснование применяемых там численных алгоритмов. При этом вся, без исключения, литература, связанная с **INMOM** написана в такой манере, что она требует значительных усилий от рецензента и/или читателя чтобы понять, как собственно работает эта модель.

Эта работа требует сопоставления статей, написанных в разные годы с тем, чтобы попытаться закрыть белые пятна в одних статьях крупными блоками информации из других. Для кого-то эта игра в кошки-мышки может показаться увлекательным спортом. Но статьи не должны писаться в такой манере. Статьи должны писаться так, чтобы их можно было понимать просто, читая текст. Или не писаться совсем. Всё это в полной мере относится и к рецензируемой статье.

**Стр. 6, строка 188** – примерно 1/3 сверху, «*Сеточная область модели получена путем переноса полюсов с помощью дробно-линейного преобразования Мебиуса в точки с координатами 36.158 в.д. 45.266 с.ш. (около 4 км юго-западнее центра села Горностаевка на Крымском полуострове) для северного полюса и 37.135 в.д. 45.249 с.ш. (на южном берегу Ахтанизовского лимана, около 6 км севернее центра станции Старотитаровская на Таманском полуострове) для южного полюса*».

**Во-первых**, согласно веками установившейся традиции, всегда сначала указывают широту, а потом долготу. **А во-вторых**, и что гораздо более серьёзно, здесь авторы совсем не заботятся о том, чтобы быть понятыми читателями. Дело в том, что дробно-линейное преобразование Мёбиуса — это преобразование комплексной плоскости на комплексную плоскость [https://en.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6bius\\_transformation](https://en.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6bius_transformation) и само-по себе никак не связано ни со сферическими координатами, ни с полюсами.

Чтобы представить себе, каким образом Авторы сконструировали криволинейную сетку, нужно пройти несколько логических шагов, просмотрев при этом материал, превышающий по объёму рецензируемую статью в целом, и всё равно, не получить ясного, однозначного представления от том, как была построена сетка (детальнее об этом ниже).

Следующее предложение на этой же странице: «*Преобразование осуществлялось таким образом, чтобы экватор в модельной системе координат был симметричен по отношению к полюсам*» – это просто настоящий перл из серии «*нарочно не придумаешь*». Дело в том, что, да, действительно, в практике моделирования океана (особенно когда речь идет о глобальном моделировании на сфере) применяются сетки со смещением полюсов. Особенно северного полюса. Стандартные сферические координаты, широта-долгота, имеют недостаток: сингулярность на полюсах, а также естественное сгущение координатных линий к полюсам, приводящее к большим числам *Куранта* в тех местах и соответствующим ограничениям на шаг по времени. И если южный полюс находится более-менее симметрично посередине континента, и поэтому не вызывает особых проблем, то северный полюс является серьёзным препятствием. Впервые (по мнению рецензента) идея сместить северный полюс вглубь континента (в данном случае в Северную Америку, при этом оставив южный на месте) и избежать, таким образом, сингулярности, связанной с ним, была высказана в работе (Murray, R.J., 1996) *Explicit generation of orthogonal grids for ocean models, J. Comput. Phys., Vol. 126, pp. 251-273, doi:10.1006/jcph.1996.0136* [PDF-файл статьи в приложении к рецензии], получившаяся таким образом сетка/система координат изображена на Fig. 5 в этой статье. При этом оказывается, что полюса этой системы координат находятся не симметрично в противоположных токах сферы (так, что длина по кратчайшему пути вдоль сферы от одного полюса к другому была бы одинаковой по всем направлениям, как длина всех меридианов в случае географических координат), а находятся ближе друг к другу на одной стороне (соответственно длины новых «меридианов» уже разные). Пример такой

системы координат на сфере изображен на рисунке Fig. 2 в работе (Murray, 1996). Естественно такая система координат имеет свой «экватор», который не обязательно совпадает с географическим экватором (хотя в случае примера на рисунке Fig. 2 он совпадает). Но этот «экватор» ВСЕГДА симметричен по отношению к полюсам, потому что это собственно и есть определение экватора. Именно поэтому данное предложение в рецензируемой статье является перлом, а не предложением, несущим какую-либо информацию. Разве что является «информацией к размышлению». Собственно, для того чтобы понять, как именно Авторы построили сетку для моделирования Керченского пролива, читатель должен стать тонким психологом, стремящимся понять ход мыслей авторов и пытаться отследить их по приведенным ссылкам, а там, где их нет чудесным образом додумать за них. Именно это придает представленной статье ощущение увлекательного детектива, а читатель погружается в волшебную неизвестность – лучше здесь не скажешь. Итак,

**Версия 1:** Автор построил сетку, используя идею рисунка Fig. 2 из статьи (Murray, 1996), расположив полюса в точках, координаты которых указаны в рецензируемой статье, т.е. 36.158 в.д. 45.266 с.ш. для северного и 37.135 в.д. 45.249 с.ш. для южного полюсов. Тогда действительно у такой системы координат есть «экватор», и он действительно расположен симметрично относительно полюсов. А что? Версия вполне жизнеспособна. И вроде бы всё сходится... Да не совсем всё: причем же здесь дробно-линейное преобразование Мёбиуса? Ничего подобного у (Murray, 1996) не упоминается, а все формулы там тригонометрические.

**Версия 2:** Представим себе плоскость  $(x, y)$  и зададим на ней две точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ . Назовём эти точки полюсами. По этим точкам можно построить два семейства окружностей, называемых Аполлоновыми кругами:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Circles\\_of\\_Apollonius](https://en.wikipedia.org/wiki/Circles_of_Apollonius)

Первое семейство — это все окружности, проходящие через точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ .

Соответственно их центры находятся на прямой, проходящей ровно между этими точками, перпендикулярно прямой их соединяющей.

Второе же семейство состоит из окружностей с центрами на соединяющей прямой, но снаружи от отрезка, соединяющего полюса, и их радиусы и положения центров выбраны так, что в точках где они пересекают окружности из первого семейства, они пересекают их строго под прямым углом (можно доказать, что такие окружности существуют, т.е. любая окружность из первого семейства пересекает любую из второго в двух точках, и эти пересечения под прямым углом).

Эти два семейства окружностей лежат в основе ортогональной криволинейной системы координат, называемой биполярными координатами:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Bipolar\\_coordinates](https://en.wikipedia.org/wiki/Bipolar_coordinates)

И да, это имеет отношение к дробно-линейному преобразованию Мёбиуса, потому что на странице [https://en.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6bius\\_transformation](https://en.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6bius_transformation) в разделе *Classification* мы находим такую ситуацию как один из частных случаев преобразования Мёбиуса.

Эта версия жизнеспособна, но она не полна: она подразумевает двухступенчатое преобразование: сначала из сферических координат широта-долгота к плоскости  $(x, y)$  при помощи какой-нибудь конформной проекции сферы-на-плоскость (повернутой проекции Меркатора, Ламберта или стереографической), а уже затем преобразования к биполярным координатам. Но про двух ступенчатость ничего в рецензируемой статье ничего не сказано.

**Версия 3:** Представим себе плоскость  $(x, y)$  и зададим на ней две точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ . Назовём эти точки полюсами. Они же фокусы. Построим семейство эллипсов:

$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 = a^2$$

– где « $a$ » является параметром, геометрическое место точек  $(x, y)$  в которых выполнено это уравнение является эллипсом, а для того чтобы решение существовало, необходимо

чтобы  $a^2 \geq (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ . Случай, когда неравенство становится равенством вырожденный: эллипс становится отрезком, соединяющим точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  по прямой. Все остальные эллипсы охватывают этот отрезок, и чем больше параметр «а», тем большим и более круглым становится эллипс.

Построим семейство гипербол с теми же фокусами:

$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - (x-x_2)^2 - (y-y_2)^2 = b^2$$

– где «b» является параметром. Случай, когда  $b=0$  соответствует прямой, проходящей ровно посередине между фокусами, перпендикулярно соединяющей их прямой [забегая вперед, назовем первую прямую «экватором», а прямую, соединяющую фокусы «центральным меридианом»]. Для всех остальных случаев,  $b > 0$ , решения представляют собой гиперболы, причем решения существуют, только если  $b^2 \leq (x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2$ , так что чем больше «b» тем острее становится угол между асимптотами гиперболы, а когда неравенство становится равенством, получается вырожденный случай нулевого угла.

Легко доказать, что там, где эллипсы пересекаются с гиперболами, они пересекаются под прямым углом. А это значит, что такое семейство конфокальных эллипсов и парабол порождает систему ортогональных криволинейных координат. Эта версия тоже жизнеспособна, но она не полна: связь с преобразованием Мёбиуса не очевидна, так же подразумевается двух ступенчатость.

В общем, что скрывается за сакраментальной фразой на стр. 6 «Сеточная область модели получена путем переноса полюсов с помощью дробно-линейного преобразования Мёбиуса в точки с координатами...» остается неясным, хотя примерно понятно в каком направлении следует искать ответ. Не дает ответа на этот вопрос и рисунок 1: его качество никуда не годится – увидеть там, как идут координатные линии сетки просто невозможно: ничего, кроме «муара» (артефакта из-за пиксельной дискретизации) и общей идеи, что сетка сгущается в районе Керченского пролива увидеть на нем невозможно. Очевидно, что нужно сделать новый рисунок вместо Рис. 1.

**Страница 7 и далее, глава 3: «Верификация технологии расчета...»** – соответствие результатов моделирования и данных натурных измерений настолько хорошее, что невольно и неизбежно вызывает реакцию как у Станиславского: «*Не верю!*».

Но, после того как начальный шок от лицемерия такого головокружительного успеха проходит, начинаем немного анализировать, как и почему такое возможно:

**Во-первых**, совпадения исключительно точны для модели атмосферы, а для течений в Керченском проливе совпадения хоть и точны, но не настолько и ...это, само по себе, обнадеживает.

**Во-вторых**, что касается именно атмосферы: беглый анализ рисунков Рис. 3 и Рис. 4 показывает, что по всем полям (скорости ветра и давление у поверхности моря) происходит совершенно четкое совпадение сигналов по фазе, в то время как совпадение по амплитуде не такое точное (кроме давления у поверхности, Рис. 4, где и амплитуда, и фаза совпадают просто идеально). Т.е. получается, что, буквально, каждому порыву ветра в натурных данных соответствует порыв ветра в результатах модели. Да, он может быть на 10 или 20% сильнее или слабее, но он происходит точно в правильный момент времени.

**В-третьих**, нигде в рецензируемой работе Авторы не упоминают использование ассимиляции данных, что могло бы объяснить такую точность совпадений. Хм, странно... как так может быть? Просто чудо какое-то.

Но ведь модель атмосферы, описываемая в главе 2.1 «Модель атмосферной циркуляции» на стр. 4 и 5 сконфигурирована именно как РЕГИОНАЛЬНАЯ, т.е., см. Рис. 1, она покрывает ограниченную прямоугольную область, содержащую в себе Черное море, и, соответственно, ТРЕБУЕТ ПОСТОЯННОГО ВВОДА ДАННЫХ на открытых боковых границах на всём периметре этой прямоугольной области.

Правильно ли я понимаю, что Авторы взяли данные из какого-нибудь реанализа, скажем ERA5, ERA-Interim или другого (а какого именно? - в статье это нигде не явным образом не написано) и использовали его для задания боковых граничных условий?

Если ответ на этот вопрос «да», то следующий вопрос будет, а как соответствуют результаты этого реанализа измеренным данным? Ведь реанализ сам по себе даёт эти поля, и скорости, и давление вблизи поверхности (пусть с более грубым разрешением, чем 10 км региональной модели, но всё же даёт), и можно же взять эти данные и посмотреть, что там делается в районе метеостанции на косе Тузла. А реанализ наверняка использует ассимиляцию данных, т.е. сам факт совпадения по фазе уже не будет таким удивительным. А региональная модель атмосферы, в свою очередь, транслирует эти сигналы (циклоны, порывы ветра, облачность осадки...) на свою, более тонкую сетку, добавляя при этом некоторые детали, не разрешимые более грубой сеткой реанализа, но при этом сохраняя большие масштабы, и по амплитуде, и особенно по фазе. ...и тогда станет понятно, что никакого чуда не происходит: всё становится более-менее на свои места.

**Что именно имеют в виду Авторы, когда на стр. 5 в конце раздела 2.1 пишут:**

*«Необходимые характеристики атмосферных приводных параметров рассчитывались по широко известной модели WRF (Skamarock, 2008), разработанной организациями NCEP (National Centers for Environmental Prediction) и NCAR (National Center of Atmospheric Research) и реализованной для всего Черноморского региона с пространственным разрешением 10 км в Ламбертовой проекции»?*

Это предложение можно интерпретировать двояко: (1) можно просто взять WRF как программный продукт и использовать его для своих вычислений; но ведь в NCEP это так же и один из реанализов, т.е. данные, которые (2) можно взять и использовать для боковых граничных условий.

То как сформулировано это предложение скорее подразумевает (1), но не (2), но ведь модель WRF в региональной конфигурации без внешних данных работать не может.

**Откуда взялись данные?**

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Представленную работу можно опубликовать только после очень серьёзной доработки, статья должна быть написана так, чтобы она являлась самостоятельным документом.

### **РЕКОМЕНДАЦИЯ**

Рецензируемая статья написана в такой манере, что её как будто бы, писали формально для отчета, совершенно не заботясь о том, что кому-то со стороны будет интересно прочитать её с целью именно разобраться и понять, как работает их модель, и какую именно степень соответствия измеряемых данных и результатов модели следует ожидать на практике. Сильной же стороной работы является собственно постановка задачи - понимания авторами того, что течения в Керченском проливе зависят глобально от того что в целом происходит в Черном море (включая Азовское), и поэтому было принято решение использовать специально сконструированную криволинейную сетку, обеспечивающую высокое разрешение селективно в нужном месте, и, вместе с этим, сделать его плавное закругление по мере удаления, с тем, чтобы глобальное моделирование Черного моря получилось бы достаточно экономным с вычислительной точки зрения.

Слабой же стороной является полное отсутствие даже попытки физической интерпретации того что происходит в Керченском проливе. Не среднее по времени, как на Рис. 10 (скорее всего эти средние – это не более чем сток Дона и других рек, впадающих в Азовское море), а именно мгновенные значения течений, связанные с экстремальными погодными условиями.

Считаю, что «традицию» публикации потока «коротких» статей, в которых содержится лишь упоминание отдельных положений и бесконечные ссылки на предыдущие статьи,

написанные в точно такой же манере пора исправлять. Серьезные темы, требуют добросовестного раскрытия информации о полученных результатах.

**Подпись: Рецензент № 3. 08.01.2023.**

**От редакции:** рецензия была направлена редакцией авторам.

**Ответ рецензенту №3 на Рецензию от 08.01.2023 г. на статью авторского коллектива: В. В. Фомин, Е. А. Коршенко, И. М. Кабатченко, А. В. Гусев, Н. А. Дианский «ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ КЕРЧЕНСКОГО ПРОЛИВА. ЧАСТЬ 1: ВЕРИФИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИИ».**

Текст, представленный рецензентом, ни по форме, ни по содержанию не является рецензией на статью в общепринятом смысле. Стандартные правила написания рецензии подразумевают краткое представление общей характеристики работы с последующим построчным разбором текста, подразумевающим замечания по существу и рекомендации по их исправлению с целью улучшения конечного варианта статьи. Основная же часть содержания текста, общий объём которого составляет 12 страниц, не имеет прямого отношения к рассматриваемой работе. В рассматриваемой статье представлены результаты, полученные с помощью некоторых технологий численного моделирования, разработанных либо авторами, либо находящимися в открытом доступе, и подробное описание в работе приводится только для аспектов, которые непосредственно связаны с данной работой, на сопутствующие же детали приводятся ссылки. Иными словами, целью данной работы не является представление основ численного моделирования для геофизической гидродинамики, равно как математической постановки и принципов численной реализации конкретной численной модели, поэтому они упоминаются в виде ссылок. Однако рецензент посвятил основную часть текста критическому разбору уже опубликованных работ, на которые и сделаны данные ссылки. Целью авторов работы является представление результатов, полученных с помощью разработанного численного инструментария, на идеальное качество которого они не претендуют, так как не существует универсальных и идеальных технологий в данной области. Любая из существующих численных моделей и любой метод имеет свои достоинства и недостатки. Детальный анализ используемых технологий не входит в цели настоящей работы, обозначенные в аннотации, а оценки точности, полученные в рамках исследования, позволяют сделать вывод о применимости используемых методов к объекту исследования. С учетом вышесказанного, авторы постараются дать ответ на те комментарии рецензента, которые имеют непосредственное отношение к данной работе.

1. Страница 1 рецензии, Гилл. Во-первых, для расчёта обменов теплом и влагой между атмосферой и океаном необходим расчёт свойств влажного воздуха, формулы для которых и приведены в монографии Гилла и рекомендуются для использования в современных проектах сравнения моделей океана OMIP и по сей день, несмотря на давность написания книги. Во-вторых, термин «балк-формулы» касается, прежде всего, турбулентных потоков тепла, воды и импульса. Эти формулы благополучно приводятся в работе Гилла (том 1, глава 2.4, стр. 40 русского издания), они мало чем отличаются от тех, которые рекомендуются для проекта OMIP, и для целей данной работы их вполне достаточно. Усовершенствованное исследование приповерхностной турбулентности атмосферы также не является целью данной работы, как и областью деятельности авторов.
2. Страница 2 рецензии, модель WRF. Рецензента не устраивает фраза «...с пространственным разрешением 10 км в Ламбертовой проекции» и он заявляет, что «во-первых, пространственное разрешение выражено в километрах, а значит

не имеет значения в какой проекции: 10 км – это 10 км в любой проекции». Авторы не согласны с данным утверждением, поскольку, говоря о 10 км, подразумевается шаг сетки, а говоря о Ламбертовой проекции – тип сетки. Это совершенно независимые понятия.

3. Авторы благодарны рецензенту за замечание по представлению сеточной области модели WRF на рис. 1. Сеточная область строилась по 4-м граничным точкам, именно поэтому на рисунке ее границы представлены в виде прямых линий. В исправленном варианте работы сеточная область перестроена с учетом используемой проекции по всем граничным точкам расчетной области.
4. Страницы 3-7 рецензии не имеют отношения к данной статье, поэтому не подлежат обсуждению в рамках настоящей работы. При этом рецензент противоречит сам себе: с одной стороны, идет критика ранних работ по модели INMOM за то, что в них регулярно приводятся одни и те же уравнения, а с другой – требует более подробных сведений, что в итоге должно свестись к очередному приведению уравнений, да ещё подробностей их численного решения. Этого в рамках короткой статьи сделать невозможно.
5. Страница 8 рецензии. Рецензент утверждает, что «согласно веками установившейся традиции, всегда сначала указывают широту, а потом долготу». Авторы не согласны с этим утверждением, поскольку это имеет место далеко не всегда и не везде. В атмосферно-метеорологических областях действительно используется стандарт «широта-долгота», а направление векторного поля определяется его источником (т.е. западный ветер дует с запада). В океанологических же дисциплинах, тем более связанных с математическими аспектами, стандарт «долгота-широта» распространён весьма заметно, равно как и определение направления векторного поля по местоназначению (восточное течение течёт на восток). Авторы по естественным причинам придерживаются океанолого-математического стандарта.
6. Страница 8 рецензии про сетку Мёбиуса. Чтобы раскрыть методологию построения криволинейной сетки на исчерпывающем уровне, необходимо выйти далеко за пределы настоящей статьи. При этом абсолютно совершенного описания, которое устроило бы рецензента, всё равно не получится, каким бы ни вышел объём описания, поскольку, в зависимости от поставленных рецензентом целей, несовершенства можно найти в любом без исключения описании. Это касается и его нижеследующих заявлений относительно авторских «перлов».
7. Далее на страницах 8-10 снова идет текст, не нуждающийся в ответе.
8. Страница 10 рецензии (страница 7 и далее по тексту). В качестве данных для задания начальных и граничных условий в модели WRF при расчетах использовались данные FNL (Final Operational Global Analysis), представленные с пространственным разрешением  $1^\circ$  и шагом по времени 6 часов. Данное пояснение добавлено в текст статьи. Действительно, данные FNL готовятся с использованием большого числа доступных данных наблюдений, что существенным образом влияет на точность расчетов метеорологических характеристик. При этом сопоставления результатов расчетов по модели WRF и данных FNL и оценка их точности не представлены в работе, т.к. выходят за рамки рассматриваемых в работе материалов.

Организации NCEP и NCAR следует интерпретировать как основные организации, участвующие в разработке модели WRF и никак иначе.

Таким образом, можно сделать вывод, что основная цель данного текста, выдаваемого за рецензию, не является улучшение качества данной статьи, поскольку основной объём комментариев рецензента не имеет непосредственного отношения к ней. Авторы постарались дать ответы на те комментарии, которые имеют непосредственное отношение

к представляемой работе. Несмотря на вышесказанное, авторы благодарят рецензента за отдельные комментарии, которые позволяют улучшить представленный материал.  
**С уважением, авторский коллектив. 07.02.2023.**

**От редакции:** ответ и доработанная версия статьи были направлены редакцией рецензенту.