

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ВОЛНОВЫХ АТТРАКТОРОВ

Сибгатуллин И.Н.^{1,2,3}, Ерманыук Е.В.³, Ватутин К.А.^{2,3},
Рязанов Д.А.^{2,3}, Сюй С.²

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Нахимовский просп., 36
117997, Россия, e-mail: sibgat@ocean.ru

²Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Ленинские
горы, д. 1 119991, Россия, e-mail: xuxiulin62@hotmail.com

³Институт системного программирования РАН им. В.П. Иванникова, Москва, ул.
Александра Солженицына, 25 109004, Россия, e-mail: psuburner@gmail.com

²Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, Новосибирск, просп. Академика
Лаврентьева, 15, Советский район, микрорайон Академгородок 630090, Россия,
e-mail: ermanyuk@gmail.com

Статья поступила в редакцию 25.12.2018, одобрена к печати 30.01.2019

Внутренние и инерционные волны подчиняются особому дисперсионному соотношению, определяющему направление распространения волн по отношению к вертикали или оси вращения, но не определяющему длину волны. Масштабные эффекты описаны в частности (Brouzet et al., 2017). В замкнутых геометриях при наличии постоянного источника (волнопродуктора) волны после многочисленных отражений от границ могут стремиться к замкнутой траектории, названной волновым аттрактором. В идеальной жидкости происходит бесконечная концентрация волновой энергии. В реальности фокусировка на аттракторе уравнивается вязкостью. Поскольку на аттракторе амплитуда скорости может увеличиваться в несколько раз по сравнению с амплитудой волнопродуктора, определение характерного числа Рейнольдса по граничным значениям является затруднительным.

При трехмерном отражении пучков волн от наклонной поверхности происходит поворот горизонтальной компоненты скорости, описанный Филлипсом, при сохранении угла с вертикалью/осью вращения. Это может привести к трехмерной аккумуляции волновой энергии.

Впервые хорошее качественное сопоставление вычислительного и лабораторного экспериментов в контейнере с трапецеидальной формой было приведено в работе (Brouzet et al., 2016), и показана важность диссипации энергии в пограничном слое на боковых поверхностях (Beckebanze et al., 2018). При большом числе Шмидта образуются складчатые структуры, взаимодействующие с фоновым течением (Sibgatullin, Kalugin 2016). В работах (Brouzet et al., 2016b; Dauhois et al., 2018) продемонстрирован каскад триадных неустойчивостей.

В работе (Pillet et al., 2018) описана трехмерная аккумуляция волновой энергии с помощью трассировки лучей и сопоставления с лабораторными и численными экспериментами. Численные эксперименты в настоящей работе показали

важность фазового сдвига в трансверсальном направлении. Аттрактор может сохранять структуру, аналогичную двумерной для любого сечения поперек канала, но при этом фаза колебаний может изменяться вплоть до противофазы, что влияет на изменение волновой энергии при удалении от волнопродуктора.

Первые трехмерные расчеты (Sibgatullin et al., 2017) приливного и симметричного воздействия на вращающийся слой жидкости показали трехмерную перекрученную структуру волнового аттрактора при прецессии в направлении, противоположном направлению вращения. При повышении амплитуды внешнего воздействия возникает неустойчивость по типу триадного резонанса, но в азимутальной плоскости. Исследуются турбулентные режимы, порождаемые волновыми аттракторами, и сопоставляются мощность и полная диссипация в различных режимах.

Работа поддержана программой Президиума РАН № 26.

Ключевые слова: внутренние волны, инерционные волны, волновые аттракторы, триадные резонанс, турбулентность

Литература

- Beckeбанze F., Brouzet C., Sibgatullin I.N., Maas L.R.M. Damping of quasi-two-dimensional internal wave attractors by rigid-wall friction // *Journal of Fluid Mechanics*. 2018. 841:614–635.
- Brouzet C., Sibgatullin I.N., Scolan H., Ermanyuk E.V., Dauxois T. Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3d numerical simulations // *Journal of Fluid Mechanics*. 2016. 793:109–131.
- Brouzet C., Ermanyuk E.V., Joubaud S., Sibgatullin I., Dauxois T. Energy cascade in internal-wave attractors // *Europhysics Letters*. 2016. 113:44001.
- Brouzet C., Sibgatullin I.N., Ermanyuk E.V., Joubaud S., Dauxois T. Scale effects in internal wave attractors // *Physical review fluids*. 2017. 2(11):114803.
- Dauxois T., Brouzet C., Ermanyuk E., Joubaud S., Tourneau D.Le, Sibgatullin I. Energy cascade in internal wave attractors. *Procedia IUTAM*. 2017. 20:120–127.
- Pillet G., Ermanyuk E.V., Maas L.R.M., Sibgatullin I.N., Dauxois T. Internal wave attractors in three-dimensional geometries: trapping by oblique reflection // *Journal of Fluid Mechanics*. 2018. 845:203–225.
- Ilias Sibgatullin, Evgeny Ermanyuk, Leo Maas, Xu Xiulin, and Thierry Dauxois. Direct numerical simulation of three-dimensional inertial wave attractors // *IEEE Conference Proceedings*. 2017. 17526262.
- Sibgatullin I., Kalugin M. High-resolution simulation of internal waves attractors and impact of interaction of high amplitude internal waves with walls on dynamics of waves attractors. *ECCOMAS Congress 2016 – Proceedings of the 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*. 2016. 4:7130–7137.

NUMERICAL SIMULATION OF THREE-DIMENSIONAL WAVE ATTRACTORS

**Sibgatullin I.N.^{1,2,3}, Ermanyuk E.V.⁴, Vatutin K.A.^{2,3},
Ryazanov D.A.^{2,3}, Xu X.²**

¹*Institute of Oceanology RAS, Moscow, 117997, Russia*
e-mail: sibgat@ocean.ru

²*Moscow Lomonosov State University, Moscow, Russia*
e-mail: xuxiulin62@hotmail.com

³*Ivannikov Institute for System Programming of the RAS, Moscow, Russia*
e-mail: psuburner@gmail.com

⁴*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, Novosibirsk 630090, Russia*
e-mail: ermanyuk@gmail.com

Submitted 25.12.2018, accepted 30.01.2019

Internal and inertial waves obey very specific dispersion relation, which defines the direction of wave propagation with respect to the gravity or axis of rotation, but which does not define the wavelength. Particular cases of scale effects are described in (Brouzet et al., 2017). In closed geometries the presence of a monochromatic wavemaker can produce wave beams, which after multiple reflections from the boundaries may approach a closed loop – the wave attractor. In ideal fluids the concentration of energy on the wave attractor can grow without any limits. In viscous stratified or rotating fluids the concentration will be balanced with dissipation due to viscosity, which results in appearance of wave attractors of finite width. The characterization of the flow with the Reynolds number based on the boundary conditions is questionable in this case, since on the attractor the velocity can be several times magnified.

When the wave beam is reflected from an inclined plane, the horizontal component of velocity rotates, as was first described by O. Phillips, while preserving the angle with the gravity or axis of rotation. With the help of ray tracing it can be shown that due to this effect the three-dimensional accumulation of wave energy can occur.

First qualitative and quantitative correspondence of laboratory and numerical simulation of wave attractors in the pseudo-2D laboratory tank with trapezoidal section was described in (Brouzet et al., 2016), and importance of dissipation on the lateral boundaries was shown (F. Beckebanze et al., 2018). For high Schmidt number there appear the folded structures, which can interact with the background wave motion (Sibgatullin, Kalugin 2016). In (Brouzet et al., 2016b), (Dauxois et al., 2018) cascade of triadic resonances in (1,1) produced by a wave attractor was demonstrated.

Three-dimensional accumulation of wave energy in trapezoidal frustum with a localized wavemaker was investigated in (Pillet et al., 2018). Numerical simulations of the present work had showed the importance of phase shift in transversal direction. An attractor can have the same form as the 2D attractor in any given longitudinal cut, but the phase of oscillation can change up to counter-phase. Interplay of 3D concentration

of waves beams, dissipation and phase shifting impact the final energy distribution in transversal direction.

First three-dimensional simulations (Sibgatullin et al., 2017) of tidal and symmetric forcing on the rotating layer of fluid with inclined walls showed three-dimensional twisted structure of waves attractors for precession of one boundary of the layer in opposite direction to the rotation of the layer. With growth of the amplitude of the external forcing the instability of triadic resonance appears, but in contrast to the internal wave attractors, triadic resonances take place in azimuthal (transversal to the trapeze) section. The turbulent regimes generated by the background wave attractors are studied, with analysis of full power income and total dissipation.

The research was supported by the Program of Fundamental Research of the Presidium of the Russian Academy of Sciences No. 26

Keywords: internal waves, inertial waves, wave attractors, triadic resonance, wave turbulence

References

- Beckebanze F., Brouzet C., Sibgatullin I.N., and Maas L.R.M. Damping of quasi-two-dimensional internal wave attractors by rigid-wall friction. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, Vol. 841:614–635.
- Brouzet C., Sibgatullin I.N., Scolan H., Ermanyuk E.V., and Dauxois T. Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3d numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, Vol. 793, pp. 109–131.
- Brouzet C., Ermanyuk E.V., Joubaud S., Sibgatullin I., and Dauxois T. Energy cascade in internal-wave attractors. *Europhysics Letters*, 2016, Vol. 113:44001.
- Brouzet C., Sibgatullin I.N., Ermanyuk E.V., Joubaud S., and Dauxois T. Scale effects in internal wave attractors. *Physical review fluids*, 2017, Vol. 2(11):114803.
- Dauxois T., Brouzet C., Ermanyuk E., Joubaud S., Le Tourneau D., and Sibgatullin I. Energy cascade in internal wave attractors. *Procedia IUTAM*, 2017, Vol. 20:120–127.
- Pillet G., Ermanyuk E.V., Maas L.R.M., Sibgatullin I.N., and Dauxois T. Internal wave attractors in three-dimensional geometries: trapping by oblique reflection. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, Vol. 845:203–225.
- Sibgatullin Ilias, Ermanyuk Evgeny, Maas Leo, Xiulin Xu, and Dauxois Thierry. Direct numerical simulation of three-dimensional inertial wave attractors. *IEEE Conference Proceedings*, 2017, 17526262.
- Sibgatullin I. and Kalugin M. High-resolution simulation of internal waves attractors and impact of interaction of high amplitude internal waves with walls on dynamics of waves attractors. ECCOMAS Congress 2016 – Proceedings of the 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 2016, Vol. 4:7130–7137.