

## МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ, ВЫЗВАННОГО ВЕТРОВЫМИ ВОЛНАМИ

Полников В.Г.

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва,  
Пыжевский пер., 3 119017, Россия  
e-mail: [polnikov@mail.ru](mailto:polnikov@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 25.12.2018, одобрена к печати 30.01.2019

Задача работы заключается в получении формул для коэффициента вертикального перемешивания, вызванного ветровыми волнами. Для этого в уравнениях Навье-Стокса скорость течения разлагается на четыре составляющих: средний поток  $\bar{U}_i$ , волновое орбитальное движение  $\tilde{u}_i$ , турбулентные флуктуации течения  $\tilde{u}'_i$ , индуцированные волнами, и фоновые турбулентные флуктуации  $u'_i$  ( $i=1,2,3$ ). При условии статистической независимости средних, орбитальных и турбулентных движений, указанное разложение позволяет разделить волновое напряжение  $R_w = \langle \tilde{u}_j \tilde{u}_i \rangle + \langle \tilde{u}'_j \tilde{u}'_i \rangle + \langle \tilde{u}'_j u'_i \rangle + \langle u'_j \tilde{u}'_i \rangle$  и фоновое напряжение  $R_b = \langle u'_j u'_i \rangle$ , в уравнениях Рейнольдса. С использованием потенциального приближения для орбитальных движений выражение для волнового напряжения упрощается до вида:  $R_w = \langle \tilde{u}'_j u'_i \rangle + \langle u'_j \tilde{u}'_i \rangle \approx 2 \langle \tilde{u}'_j u'_i \rangle$ . Затем для замыкания  $R_w$  используется приближение Прандтля для фоновых турбулентных флуктуаций, приводящее к явному выражению для индуцированной волнами функции вертикального перемешивания (турбулентной вязкости) вида  $B_{v(1,3)} \approx 2 \langle \tilde{u}'_1 \lambda'_3 \rangle$  ( $\lambda'_3$  – длина перемешивания, присущая фоновой турбулентности).

Конечное выражение для  $B_v$  определяется с привлечением результатов автора (Polnikov, 2018) для турбулентной вязкости в зоне волнения, найденного ранее в рамках концепции трехслойной структуры интерфейса воздух–вода: приводный слой воздуха, зона волнения, верхний слой воды. Полагается, что турбулентная вязкость  $B_v$  в слое жидкости под волнами физически идентична таковой в слое волнения,  $K_{tw}$ , которая имеет вид:  $K_{tw} = c_{tw} u_* a|_{z=0}$ , где  $c_{tw}$  – безразмерный коэффициент порядка  $10^{-2}$ , а  $u_*$  – есть скорость трения в воздухе (Polnikov, 2018).

Таким образом, явное выражение для функции перемешивания  $B_v(a, u_*, z)$  является линейным по амплитуде волны  $a(z)$  на глубине  $z$  и скорости трения  $u_*$  в воздухе:  $B_v(z) \approx K_{tw}(z) \approx c_{tw} \cdot u_* a_0 \exp(kz)$ . Поскольку амплитуда волны экспоненциально убывает с глубиной,  $a(z) \sim \exp(kz)$ , найденный результат для  $B_v(a)$  означает возможность усиления воздействия волн на вертикальное перемешивание по сравнению кубической зависимостью  $B_v(a)$ , полученной ранее в работе (Qiao et al., 2004).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 18-05-00161.

**Ключевые слова:** турбулентность, напряжения Рейнольдса, вертикальное перемешивание, ветровые волны, интерфейс воздух–вода.

## Литература

Polnikov V.G. Semi-phenomenological model for a wind-drift current. Manuscript. 2018.  
<https://arxiv.org/abs/1804.07963>

Qiao F., Yuan Y., Yang Y., Zheng Q., Xia C., and Ma J. Wave-induced mixing in the upper ocean: Distribution and application to a global ocean circulation model // Geophys. Res. Lett. 2004. Vol. 31. L11303. DOI:10.1029/2004GL019824.

## A MODEL OF THE VERTICAL MIXING INDUCED BY WIND WAVES

PolnikovV.G.

Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS, Moscow, 119017, Russia  
e-mail: [polnikov@mail.ru](mailto:polnikov@mail.ru)

Submitted 25.12.2018, accepted 30.01.2019

The task of the work is to obtain formulas for the vertical mixing coefficient induced by wind waves. For this aim, in the Navier-Stokes equations, the flow-velocity is decomposed into four components: mean flow  $\bar{U}_i$ , wave orbital motion  $\tilde{u}_i$ , turbulent flow-fluctuations induced by waves  $\tilde{u}'_i$ , and background turbulent fluctuations  $u'_i$  ( $i = 1,2,3$ ). Provided that the average, orbital, and turbulent motions are statistically independent, this decomposition makes it possible to separate the wave stress  $R_w = \langle \tilde{u}_j \tilde{u}_i \rangle + \langle \tilde{u}'_j \tilde{u}'_i \rangle + \langle \tilde{u}'_j u'_i \rangle + \langle u'_j \tilde{u}'_i \rangle$  and the background stress  $R_b = \langle u'_j u'_i \rangle$ , in the Reynolds equations. Using the potential approximation for the orbital motions, the wave-stress expression is simplified to the form  $R_w = \langle \tilde{u}'_j u'_i \rangle + \langle u'_j \tilde{u}'_i \rangle \approx 2 \langle \tilde{u}'_j u'_i \rangle$ . Then, to closure  $R_w$ , the Prandtl approximation for the background turbulent fluctuations is used, leading to an implicit expression for the wave-induced vertical mixing function (turbulent viscosity) of the form  $B_{v(1,3)} \approx 2 \langle \tilde{u}'_1 \lambda'_3 \rangle$  (where  $\lambda'_3$  is the mixing length inherent to the background turbulence).

The final expression for  $B_v$  is determined by invoking the author's results (Polnikov, 2018) for the turbulent viscosity in the wave zone, previously found within the concept of the three-layer structure of the air-sea interface: boundary air layer, wave zone, upper water layer. It is believed that the turbulent viscosity  $B_v$  in the water layer under waves is physically identical to that in the wave zone,  $K_{tw}$ , which has the form  $K_{tw} = c_{tw} u_* a|_{z=0}$ , where  $c_{tw}$  is a dimensionless coefficient of the order of  $10^{-2}$ , and  $u_*$  is the friction velocity in the air (Polnikov, 2018).

Thus, the explicit expression for mixing function  $B_v(a, u_*, z)$  is linear in the wave amplitude at depth  $z$ ,  $a(z)$ , and the friction velocity in the air,  $u_*$ . Since the wave amplitude does exponentially decrease with depth  $z$ :  $a(z) \sim \exp(kz)$ , the result found for dependence  $B_v(a)$  means that the effect of waves on the vertical mixing in the upper water layer can be enhanced compared to the cubic dependence  $B_v(a)$ , obtained earlier in (Qiao et al., 2004).

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project No. 18-05-00161.

**Keywords:** turbulence, Reynolds stresses, vertical mixing, wind waves, air-water interface.

### References

- Polnikov V.G.* Semi-phenomenological model for a wind-drift current, Manuscript, 2018,  
<https://arxiv.org/abs/1804.07963>.
- Qiao F., Yuan Y., Yang Y., Zheng Q., Xia C., and Ma J.* Wave-induced mixing in the upper ocean:  
Distribution and application to a global ocean circulation model. *Geophys. Res. Lett.*, 2004,  
Vol. 31, L11303, doi:10.1029/2004GL019824.