

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ДЛИННОВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НЕВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ КОЛМОГОРОВА

Калашник М.В., Курганский М.В.

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва,
Пыжевский пер., 3, 119017, Россия,
e-mail: kalashnik-obn@mail.ru

Статья поступила в редакцию 25.12.2018, одобрена к печати 30.01.2019

Исследована нелинейная динамика длинноволновых возмущений невязкого течения Колмогорова. Для описания динамики использован метод Галеркина с базисными функциями, представляющими собой первые три члена разложения решения в тригонометрический ряд. Из условий ортогональности этим функциям сформулирована нелинейная система уравнений в частных производных для коэффициентов разложения (Kalashnik, Kurgansky, 2018)

$$(a - a_{xx})_t + (c_{xx} + c)_x + (b - b_{xx})c_x + bc_{xxx} = 0,$$

$$(b - b_{xx})_t - (a - a_{xx})c_x - ac_{xxx} = 0,$$

$$c_t - (1/2)a_x - (1/2)(ba_x - ab_x) = 0.$$

На основе асимптотических решений этой системы выделены линейная, квазилинейная и нелинейная стадия динамики возмущений. Показано, что экспоненциальный временной рост возмущений на первых двух стадиях сменяется стадией устойчивых нелинейных колебаний. Соответствующие колебания описываются уравнением осциллятора с кубической нелинейностью, которое интегрируется в терминах эллиптических функций. Получена аналитическая формула для периода колебаний, определяющая его зависимость от амплитуды начального возмущения. Описаны структурные особенности поля функции тока возмущений, связанные с образованием замкнутых вихревых ячеек и меандрирующего потока между ними.

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований президиума РАН «Нелинейная динамика: фундаментальные проблемы и приложения», а также РФФИ (проекты 18-05-00414-а и 18-05-00831-а).

Ключевые слова: течение Колмогорова, число Рейнольдса, неустойчивость, нелинейная динамика, длинноволновое приближение

Литература

Kalashnik M.V. Nonlinear dynamics of long-wave perturbations of the Kolmogorov flow // Ocean Dynamics. 2018. Vol. 68. P. 1001–1012.

NONLINEAR DYNAMICS OF LONG-WAVE PERTURBATIONS OF THE INVISCID KOLMOGOROV FLOW

Kalashnik M.V., Kurgansky M.V.

Obukhov Institute of Atmospheric Physics, RAS, Moscow, 119017, Russia

e-mail: kalashnik-obn@mail.ru

Submitted 25.12.2018, accepted 30.01.2019

The nonlinear dynamics of long-wave perturbations of the inviscid Kolmogorov flow, which models periodically varying in the horizontal direction oceanic currents, is studied. To describe this dynamics, the Galerkin method with basis functions representing the first three terms in the expansion of spatially periodic perturbations in the trigonometric series is used. The orthogonality conditions for these functions formulate a nonlinear system of partial differential equations for the expansion coefficients (Kalashnik, Kurgansky, 2018)

$$(a - a_{xx})_t + (c_{xx} + c)_x + (b - b_{xx})c_x + bc_{xxx} = 0,$$

$$(b - b_{xx})_t - (a - a_{xx})c_x - ac_{xxx} = 0,$$

$$c_t - (1/2)a_x - (1/2)(ba_x - ab_x) = 0.$$

Based on the asymptotic solutions of this system, a linear, quasilinear and nonlinear stage of perturbation dynamics are identified. It is shown that the time-dependent growth of perturbations during the first two stages is succeeded by the stage of stable nonlinear oscillations. The corresponding oscillations are described by the oscillator equation containing a cubic nonlinearity, which is integrated in terms of elliptic functions. An analytical formula for the period of oscillations is obtained, which determines its dependence on the amplitude of the initial perturbation. Structural features of the field of the stream function of the perturbed flow are described, associated with the formation of closed vortex cells and meandering flow between them.

The research was supported by the RAS Presidium Program «Nonlinear dynamics: fundamental problems and applications» and by the Russian Foundation for Basic Research (Projects 18-05-00414, 18-05-00831).

Keywords Kolmogorov flow, Reynolds number, linear instability, nonlinear dynamics, long-wave approximation

References

Kalashnik M.V. Nonlinear dynamics of long-wave perturbations of the Kolmogorov flow, *Ocean Dynamics*, 2018, Vol. 68, pp. 1001–1012.