УДК 517.9 DOI: 10.29006/1564-2291.JOR-2019.47(1).11

ДВУХФАЗОВЫЕ АСИМПТОТИКИ В ВИДЕ ФУНКЦИЙ ЭЙРИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ОБ ОБРУШЕНИИ ВОЛНЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ I-БЮРГЕРСА

Доброхотов С.Ю.[1,2], Назайкинский В.Е.[1,2]

[1]*Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва, 119526, Россия*
[2] *Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Московская обл. 141701, Россия e-mail: dobr@ipmnet.ru e-mail: nazaikinskii@googlemail.com*
Статья поступила в редакцию 25.12.2018, одобрена к печати 30.01.2019

Мы рассматриваем задачи об обрушении волны для уравнения Бюргерса с малой «мнимой вязкостью», которая на самом деле играет роль малой дисперсии. Хотя, по-видимому, такое уравнение физического смысла не имеет, тем не менее, рассматриваемая задача является интересным аналогом знаменитой задачи Гуревича-Питаевского об образовании зоны осцилляций при обрушении «простой волны» для уравнения Кортевега-де Фриза. При этом, в отличие от уравнения Кортевега-де Фриза, для уравнения i-Бюргерса решение в зоне осцилляций описывается явно и имеет «двухфазовую структуру». На этот факт было указано более 25 лет назад в работе (Доброхотов и др., 1992), где решение было построено в виде функции от канонического оператора Маслова. Теперь, используя недавние результаты (Dobrokhotov, Nazaikinskii, 2018), мы приводим решения в более эффективной форме – в виде равномерной асимптотики, представленной как логарифмическая производная от функции Эйри сложного аргумента.

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской федерации (тема AAAA-A17-117021310377-1).

Ключевые слова: уравнение Бюргерса с диперсией вместо вязкости, задача об опрокидывании волны, двухфазовые асимптотики, функции Эйри

Литература

Доброхотов С.Ю., Маслов В.П., Цветков В.Б. Задача об опрокидывании волны для модельного уравнения $v_t + vv_x - ih^2 v_{xx} = 0$ // Мат. заметки. 1992. Т. 51. № 6. С. 113–119.

Dobrokhotov S.Yu., Nazaikinskii V.E. Efficient Formulas for the Canonical Operator Near a Simple Caustic // Russ. J. Math. Physics. 2018. Vol. 25. No. 3. P. 545–553.

TWO-PHASE ASYMPTOTICS IN THE FORM OF AIRY FUNCTIONS IN THE WAVE BREAKING PROBLEM FOR THE *I*-BURGERS EQUATION

Dobrokhotov S.Yu.[1,2], Nazaikinskii V.E.[1,2]

[1]*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526, Russia*
[2]*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Oblast, 141701, Russia*
e-mail: dobr@ipmnet.ru, e-mail: nazaikinskii@googlemail.com
Submitted 10.09.2018, accepted 10.11.2018

We consider wave breaking problems for the Burgers equation with a small “imaginary viscosity,” which in fact plays the role of small dispersion. Although this equation has no apparent physical meaning, the problem in question is an interesting analog of the famous Gurevich-Pitaevsky problem on the onset of an oscillation zone as the breaking of a simple wave occurs for the Korteweg-de Vries equation. In contrast to the latter, the solution of the *i*-Burgers equation in the oscillation zone can be described explicitly and has a two-phase structure. This was indicated more than 25 years ago in (Dobrokhotov et al., 1992), where the solution was constructed in the form of a function of Maslov’s canonical operator. Now we use the recent results in (Dobrokhotov, Nazaikinskii, 2018) to present the solutions in the more efficient form of uniform asymptotics represented as the logarithmic derivative of the Airy function of a composite argument.

The research was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project no. AAAA-A17-117021310377-1).

Keywords: Burgers equation with dispersion instead of viscosity, wave breaking problem, two-phase asymptotics, Airy function

References

Dobrokhotov S.Yu., Maslov V.P. and Tsvetkov V.B. Zadacha ob oprokidyvanii volny dlya model’nogo uravneniya $v_t + vv_x - ih^2 v_{xx} = 0$ (Problem of the reversal of a wave for the model equation $v_t + vv_x - ih^2 v_{xx} = 0$). *Math. Notes*, 1992, Vol. 51, No. 6, pp. 624–627.

Dobrokhotov S.Yu. and Nazaikinskii V.E. Efficient formulas for the canonical operator near a simple caustic. *Russ. J. Math. Physics*, 2018, Vol. 25, No. 3, pp. 545–553.