© Глуховец Д. И., 2024, Океанологические исследования, 2024, Том 52, № 3, С. 5–20

УДК 551.463.5 DOI: 10.29006/1564-2291.JOR-2024.52(3).1

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ В МОРСКОЙ ВОДЕ

Д. И. Глуховец

Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН,
Россия, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36,
e-mail: glukhovets@ocean.ru

Развитие численных методов решения интегро-дифференциального уравнения переноса излучения остается актуальной задачей на сегодняшний день. Среди них можно выделить востребованный в различных нишах современной оптики океана метод Монте-Карло. Цель данной работы – доступное и лаконичное изложение основ метода прямого Монте-Карло моделирования световых полей в морской воде, сопровождающееся подробным описанием способа его программной реализации. Изложены основы метода, описаны процедуры выбора типа взаимодействия, величины длины свободного пробега и направления движения фотонов. Рассмотрен простой случай, соответствующий бесконечно удаленному точечному источнику неполяризованного света, отсутствию влияния атмосферы, гладкой поверхности раздела и отсутствию стратификации первичных гидрооптических характеристик. При этом использованы реалистичные значения показателей поглощения и рассеяния, рассчитанные в соответствии с моделью вод первого оптического типа для концентрации хлорофилла 1 мкг/л, и сильно вытянутая индикатриса Хеньи-Гринстейна с параметром $g = 0.95$. Выполнен учет френелевского отражения света от поверхности раздела «воздух – морская вода». Относительные ошибки значений коэффициента диффузного ослабления нисходящего потока излучения K_d и коэффициента диффузного отражения R, рассчитанные в спектральном интервале 400–700 нм с использованием 10^6 фотонов, в сравнении с результатами HydroLight составили 1.5 % и 0.4 % соответственно. Расчет спектров на одном ядре мобильного процессора Intel Core i5-8250U 2017 г. в среде MATLAB занимает 6 минут. Выполнена оценка выбора оптимального количества фотонов, необходимого для получения искомых величин с заданной точностью. Реализованный метод полезен для знакомства с основными принципами, применяемыми для численного решения уравнения переноса излучения в морской воде статистическими методами, и используется в курсе «Оптика океана», читаемом автором студентам 4 курса кафедры термогидромеханики океана МФТИ.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, уравнение переноса излучения, коэффициент диффузного ослабления света, коэффициент диффузного отражения, морская вода

Введение

Согласно определению автора монографии «Введение в оптику океана» К. С. Шифрина, основная задача гидрооптики заключается в исследовании оптических свойств морской воды в связи с формирующими их факторами (Шифрин, 1983). Эта задача сводится к решению интегро-дифференциального уравнения переноса излучения (УПИ), описывающего изменение яркости вдоль светового пучка. В практике океанологических исследований понимание закономерностей распространения солнечного излучения в толще морской воды необходимо для оценки биопродуктивности

океана, учета прогрева его верхнего слоя, что оказывает влияние как на его динамику, так и на баланс потока тепла между океаном и атмосферой (Монин, 1983). Кроме того, информация о яркости выходящего из воды излучения необходима для получения значений биооптических характеристик подповерхностного слоя морской воды методами дистанционного зондирования (Копелевич и др., 2018).

Для решения УПИ разработан ряд методов, среди которых можно выделить метод Монте-Карло, обладающий рядом преимуществ. В частности, относительной простотой понимания и реализации при возможности учета характерных для морской воды сильной анизотропии рассеяния, стратификации гидрооптических характеристик и поверхностного волнения (Mobley, 1994). Универсальность метода, позволяющая учитывать сложные геометрические характеристики излучателя и среды, а также нестационарные процессы и поляризацию излучения, привела к его широкому использованию для решения актуальных задач оптики океана еще с 70-х годов прошлого века (Plass, Kattawar, 1972; Соболь, 1973; Марчук, 1976; Монин, 1983). К настоящему времени производительность компьютеров многократно возросла, что позволило резко сократить временные затраты на вычисления (Будак и др., 2015). В наши дни он продолжает активно использоваться для решения ряда задач, оставаясь востребованным в различных нишах оптики океана. Например, при интерпретации результатов инструментальных измерений значений первичных гидрооптических характеристик (Burenkov et al., 2019; Yushmanova et al., 2023), проверке других методов решения УПИ, как численных (Kopelevich et al., 2020), так и аналитических (Marinyuk et al., 2020), учета кривизны Земли в задаче атмосферной коррекции данных спутниковых сканеров цвета (Xu et al., 2024), а также при исследовании закономерностей распространения узких пучков (Luchinin et al., 2024), в том числе в случае лидарного зондирования с использованием сигналов комбинационного рассеяния (Spence et al., 2023). При этом каждая научная группа использует собственную реализацию метода, зачастую программные коды недоступны для научного сообщества. При попытке самостоятельной реализации метода начинающие исследователи могут столкнуться с рядом трудностей в виду фрагментарности и высокой детализации изложения используемых принципов в литературе.

Цель данной работы – доступное и лаконичное изложение основ метода прямого Монте-Карло моделирования, способа его программной реализации в среде MATLAB и сравнение результатов расчетов с признанной мировым сообществом программой HydroLight. В задачи исследования входит также обсуждение особенностей реализации алгоритма для сокращения времени расчета, в частности, оценка выбора оптимального количества фотонов, необходимого для получения искомых величин с заданной точностью. Реализованный метод используется в курсе «Оптика океана», читаемом автором студентам 4 курса кафедры Термогидромеханики МФТИ.

Методы

Общая схема прямого (т. е. описывающего процесс распространения фотонов в среде в том порядке, в котором оно происходит в реальности) Монте-Карло моделирования описана в ряде работ (Соболь, 1973; Марчук, 1976; Mobley, 1994; Михайлов, Войтишек, 2024). В соответствии с положением источника выбирается начальное положение $\boldsymbol{r}_0$ и направление движения $\boldsymbol{dr}$ фотона. Рассчитывается результат взаимодействия с поверхностью раздела, при этом часть фотонов отражается от нее, остальные после преломления попадают в толщу морской воды. Для этих фотонов, в соответствии со значениями первичных гидрооптических характеристик среды, выбирается величина длины свободного пробега l. В следующей точке $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + l \cdot \boldsymbol{dr}$ происходит выбор типа взаимодействия: поглощение или рассеяние. В первом случае запускается следующий фотон, во втором – выбираются новое направление движения и новая величина длины свободного пробега и происходит перемещение фотона в другое положение. При этом выполняется проверка на выход фотона из среды, в случае которого учитываются два варианта: отражение в толщу или выход из среды после преломления и переход к следующему фотону. Для оставшихся фотонов цикл повторяется с выбора длины свободного пробега. Соответствующая блок-схема представлена на рисунке 1. Процедуры выбора типа взаимодействия, величины длины свободного пробега и направления движения фотонов подробно описаны ниже. Используемые в работе гидрооптические характеристики и фотометрические величины перечислены в таблице 1.

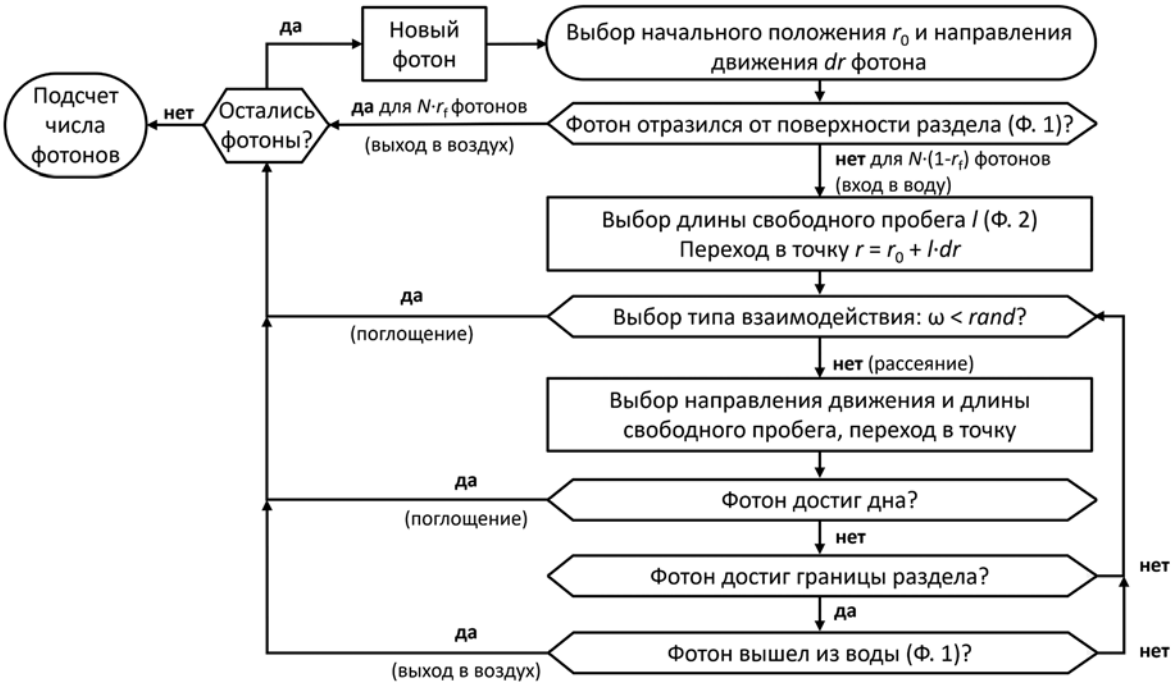

Рис. 1 – Блок-схема модели Монте-Карло

Здесь мы ограничимся рассмотрением простого случая, соответствующего бесконечно удаленному точечному источнику неполяризованного света, отсутствию влияния атмосферы, гладкой поверхности раздела и отсутствию стратификации гидрооптических характеристик. Задача решается в трехмерном пространстве. При этом будет выполнен учет френелевского отражения света от поверхности раздела «воздух – морская вода», характерной для морской воды сильной вытянутости индикатрисы рассеяния и реалистичных значений первичных гидрооптических характеристик.

Табл. 1 – Используемые в работе гидрооптические характеристики и фотометрические величины

a	Показатель поглощения света морской водой, м$^{-1}$
b	Показатель рассеяния света морской водой, м$^{-1}$
b_w	Показатель рассеяния света чистой морской водой, м$^{-1}$
c	Показатель ослабления света морской водой, м$^{-1}$
dr	Вектор направления фотона до акта рассеяния
$\boldsymbol{dr'}$	Вектор направления фотона после акта рассеяния в относительной системе координат
$\boldsymbol{dr}_{new}$	Вектор направления фотона после акта рассеяния в абсолютной системе координат
E_d	Облученность, создаваемая потоком нисходящего излучения, Вт·м$^{-2}$
F	Доля света, рассеянного вперед
g	Параметр индикатрисы рассеяния Хеньи-Гринстейна
K_d	Коэффициент диффузного ослабления нисходящего потока излучения, м$^{-1}$
l	Длина свободного пробега, м
L	Яркость излучения, Вт·м$^{-2}$·ср$^{-1}$
n	Относительный показатель преломления для двух сред «воздух – морская вода»
N	Число фотонов
p	Плотность вероятности
P	функция распределения
r	Вектор положения фотона до акта рассеяния
R	Коэффициент диффузного отражения
$\boldsymbol{r}_0$	Начальное положение фотона
$rand$	Случайная величина, равномерно распределенная на отрезке (0, 1)
r_f	Коэффициент отражения Френеля
$\boldsymbol{r}_{new}$	Вектор положения фотона после акта рассеяния
R_y	Матрица поворота относительно оси Y
R_z	Матрица поворота относительно оси Z
β	Индикатриса рассеяния
γ	Угол между падающим и рассеянным пучками света, °
ε	Относительная ошибка
θ_{rot}	Зенитный угол поворота системы координат, °
θ_s	Зенитный угол источника, °
θ_{sw}	Угол преломления света, °
σ	Среднеквадратическое отклонение
τ	Оптический путь
φ_{rot}	Азимутальный угол поворота системы координат, °
ψ	Азимутальный угол рассеяния, °
ω	Вероятность выживания фотона

Выбор типа взаимодействия и длины свободного пробега

Для простоты выберем начальное положение входа фотонов в воду в начале координат $\boldsymbol{r}_0 = (0, 0, 0)$. Направим ось Z вертикально вниз и расположим точечный источник под углом θ_s к вертикальной оси (рисунок 2). Граница раздела «воздух – вода» задается плоскостью $Z = 0$. Рассмотрим движение N фотонов. Часть из них – $N{\cdot}r_f$ – отразится от поверхности раздела в соответствии с формулой Френеля для неполяризованного излучения:

$$r_f = 0.5\left(\left(\frac{\mathrm{tg}\left(\theta_s - \theta_{sw}\right)}{\mathrm{tg}\left(\theta_s + \theta_{sw}\right)}\right)^2 + \left(\frac{\sin\left(\theta_s - \theta_{sw}\right)}{\sin\left(\theta_s + \theta_{sw}\right)}\right)^2\right) \tag{1}$$

$$r_f = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \text{ в случае нормального падения } (\theta_s = 0),$$

где $\theta_{sw} = \arcsin(\sin(\theta_s)/n)$ – угол преломления света, $n = 1.34$ – относительный показатель преломления для двух сред «воздух – морская вода».

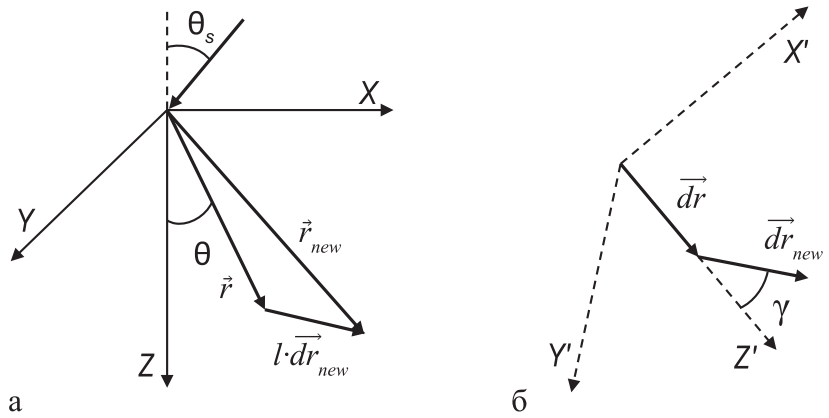

Рис. 2 – Абсолютная (**а**) и связанная с направлением фотона относительная (**б**) системы координат. Азимутальные углы не показаны

Остальные $N{\cdot}(1 - r_f)$ фотонов войдут в толщу под углом θ_{sw}. Для определения длины свободного пробега каждого из них до первого взаимодействия воспользуемся следующими соображениями. Известно, что ослабление направленного излучения в рассеивающей среде происходит в соответствии с законом Бугера:

$$L(\tau) = L(0)e^{-\tau},$$

где $\tau = c{\cdot}l$ – оптический путь, c – показатель ослабления света морской водой.

Это выражение аналогично описанию явления радиоактивного распада (Зельдович, Мышкис, 2008). Если вместо вероятности «распада атома за время t» рассмотреть «взаимодействие фотона со средой на участке оптического пути τ», то станет понятным вероятностное описание длины свободного пробега. При этом вероятность поглощения или рассеяния на участке оптического пути $\mathrm{d}\tau$ задается как:

$$p(\tau)\mathrm{d}\tau = e^{-\tau}\mathrm{d}\tau.$$

Соответствующая функция распределения равна:

$$P(\tau)=\int_0^{\tau} p(\tau')\,\mathrm{d}\tau'=1-e^{-\tau}.$$

Это выражение позволяет использовать для определения («розыгрыша») длины свободного пробега каждого фотона после каждого акта рассеяния или отражения от границы раздела значения случайной величины, равномерно распределенной на отрезке (0, 1). В среде MATLAB для задания такой величины используется функция *rand*. Фактически при этом осуществляется замена переменных. Пользуясь эквивалентностью распределений величин 1 – *rand* и *rand*, получим:

$$l = -\frac{1}{c}\ln(1-rand)=-\frac{1}{c}\ln(rand). \qquad (2)$$

При этом средняя длина свободного пробега не является случайной величиной:

$$\overline{l} = \int_0^{\infty}\frac{l}{c}p(l)\,\mathrm{d}l=\int_0^{\infty}\frac{l}{c}e^{-l}\mathrm{d}l=\frac{1}{c}.$$

Для выбора типа взаимодействия используем следующее условие (Mobley, 1997): если вероятность выживания фотона $\omega = b/c$ меньше значения *rand*, то происходит поглощение, а если больше – рассеяние. В случае поглощения программа фиксирует координаты и зенитный угол фотона. В случае рассеяния определяются длина свободного пробега (формула 2) и новое направление в соответствии с индикатрисой рассеяния.

Направление рассеяния

После акта рассеяния фотон должен получить новое направление, вероятность которого определяется индикатрисой рассеяния. Для описания зависимости угла γ между падающим и рассеянным пучками света выберем часто используемую в гидрооптике индикатрису Хеньи-Гринстейна (Henyey, Greenstein, 1941) с параметром $g = 0.95$:

$$\beta_{HG}(g,\gamma)=\frac{1}{4\pi}\frac{1-g^2}{\left(1+g^2-2g\cos\gamma\right)^{3/2}}.$$

Выбранное значение параметра хорошо описывает сильно анизотропное рассеяние, характерное для природных вод (рисунок 3 слева). При этом распределение азимутальных углов рассеяния является изотропным. Изложенный ниже подход может быть реализован и при других индикатрисах, в том числе заданных в виде таблицы.

Известно, что индикатриса рассеяния представляет собой плотность вероятности того, что фотон, имевший направление движения вдоль оси Z' в локальной системе координат (рисунок 2), в результате рассеяния изменит свое направление на (γ, ψ) (Монин, 1983). Равновероятность рассеяния по азимутальному углу приводит к

условию $\psi = 2\pi \cdot rand$. Следовательно, плотность вероятности рассеяния по зенитному углу описывается выражением:

$$p\left(\cos(\gamma)\right) d\left(\cos(\gamma)\right) = 2\pi \cdot \beta\left(\cos(\gamma)\right) d\left(\cos(\gamma)\right).$$

Соответствующая функция распределения:

$$P\left(\cos(\gamma)\right) = 2\pi \int_0^{\cos(\gamma)} \beta\left(\cos(\gamma')\right) d\left(\cos(\gamma')\right).$$

Аналогично определению длины свободного пробега фотона косинус угла рассеяния находится из решения уравнения $P(\cos(\gamma)) = rand$ (Mobley, 1997). Для индикатрисы Хеньи-Гринстейна это уравнение решается аналитически:

$$\cos\left(\gamma\right) = \frac{1}{2g}\left[1 + g^2 - \left(\frac{1 - g^2}{1 + g + 2g \cdot rand}\right)^2\right].$$

В общем случае из-за сложности формы индикатрисы рассеяния уравнение $P(\cos(\gamma)) = rand$ решается численно. Для этого задается сетка значений $\cos(\gamma)$, вычисляется функция распределения $P(\cos(\gamma))$ и для каждого акта рассеяния находится значение $\cos(\gamma_0)$, при котором выполняется условие $P(\cos(\gamma_0)) = rand_0$. Для оптимизации расчетов удобно интерполировать функцию распределения на регулярную сетку, после чего для нахождения косинуса угла рассеяния (или самого угла) будет достаточно случайным образом выбрать номер элемента массива. Такая интерполяция выполняется один раз перед началом всей серии расчетов, что приводит к существенному сокращению затрачиваемого времени. Функция распределения угла рассеяния, соответствующая индикатрисе Хеньи-Гринстейна с параметром $g = 0.95$, представлена на рисунке 3 справа.

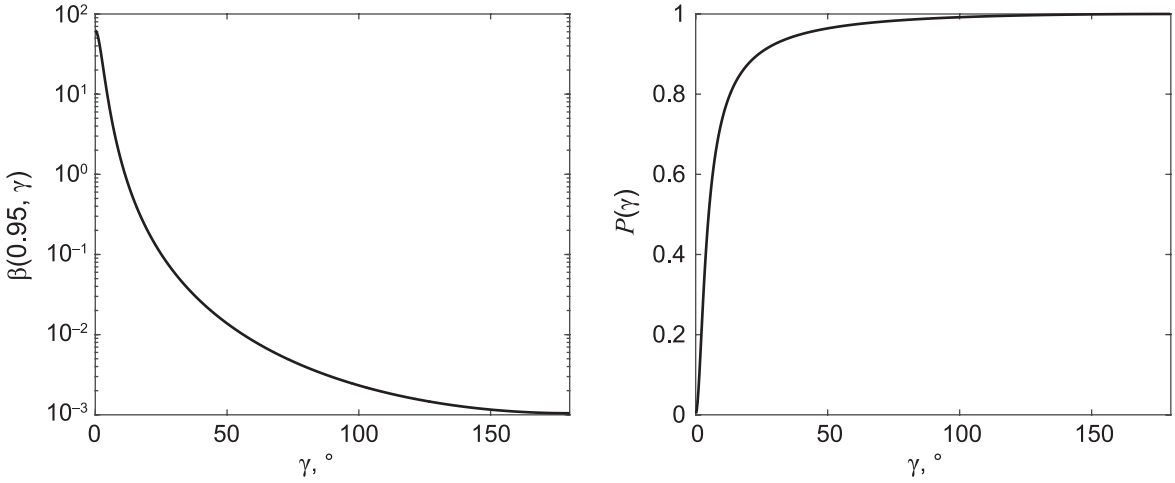

Рис. 3 – Индикатриса рассеяния Хеньи-Гринстейна с параметром g = 0.95 (слева) и соответствующая ей функция распределения углов рассеяния (справа)

Полученные углы рассеяния фотона относятся к локальной системе координат, вертикальная ось которой сонаправлена с направлением движения фотона до рассеяния. Для определения его положения после рассеяния необходимо перейти от локальной системы координат к абсолютной (рисунок 2). Для этого необходимо вычислить две матрицы поворота R_z и R_y, соответствующие повороту абсолютной системы координат до совмещения оси Z с направлением фотона до рассеяния $dr = (dx, dy, dz)$. Матрица R_z отвечает за поворот относительно оси Z на угол $\varphi_{rot} = \mathrm{arctg}(dy/dx)$ для совмещения азимутальных углов двух систем координат, а матрица R_y – за оставшийся поворот относительно оси Y на угол $\theta_{rot} = \arccos(dz)$. Если угол θ_{rot} равен 0° или 180°, то поворот относительно оси Z не определен (и не имеет смысла), поэтому в качестве матрицы R_z следует взять единичную. В остальных случаях матрицы составляются так:

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{rot}) & -\sin(\varphi_{rot}) & 0 \\ \sin(\varphi_{rot}) & \cos(\varphi_{rot}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{rot}) & 0 & \sin(\theta_{rot}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_{rot}) & 0 & \cos(\theta_{rot}) \end{pmatrix}.$$

В результате последовательных поворотов направления фотона после рассеяния $\boldsymbol{dr'} = (\sin(\gamma)\cdot\cos(\psi), \sin(\gamma)\cdot\sin(\psi), \cos(\gamma))$ с помощью матриц R_z и R_y получится вектор нового направления фотона в абсолютной системе координат:

$$\boldsymbol{dr}_{new} = R_z R_y \boldsymbol{dr'}.$$

Пример серии поворотов направления $\boldsymbol{dr} = (0.27, -0.53, 0.8)$ на углы $\gamma = 30°$ и 150° и $\psi = [0{:}45{:}360]°$ представлен на рисунке 4.

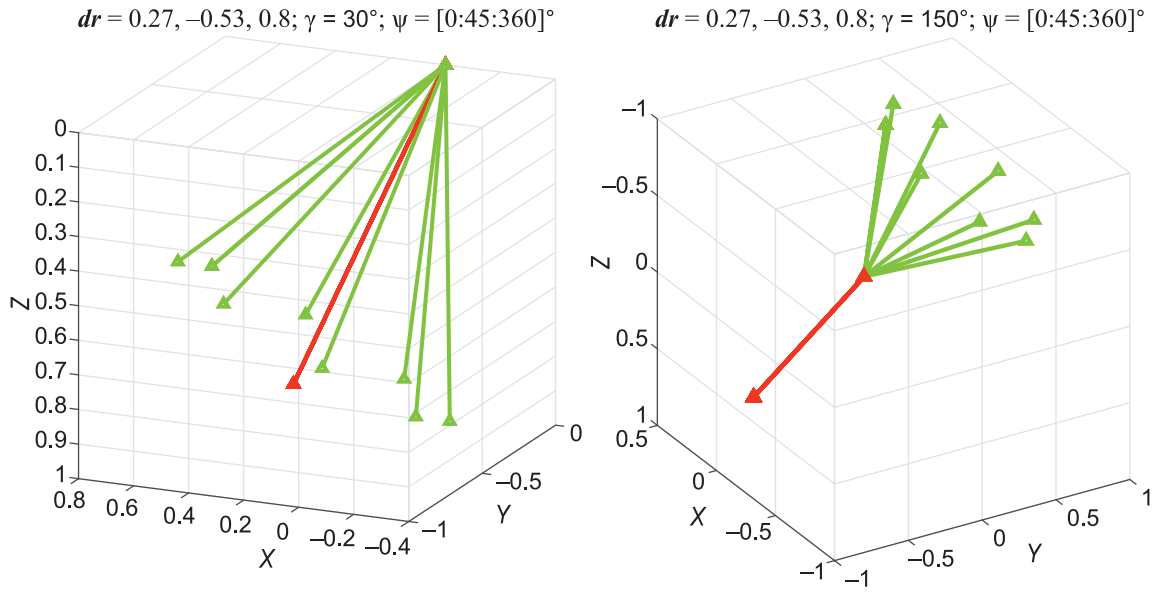

Рис. 4 – Пример серии поворотов направления $\boldsymbol{dr} = (0.27, -0.53, 0.8)$ на углы $\gamma = 30°$ (слева) и 150° (справа) и $\psi = [0{:}45{:}360]°$.
Красной стрелкой показано направление до рассеяния, зелеными – после

Движение фотонов и интерпретация результатов

Зная длину свободного пробега l и направление рассеяния, новое положение фотона определяется как:

$$\boldsymbol{r}_{new} = \boldsymbol{r} + l \cdot \boldsymbol{dr}_{new}. \quad (3)$$

Если при этом фотон пересекает границу раздела ($z_{new} < 0$), то его судьба определяется значением коэффициента отражения (формула 1) и случайной величиной: при $r_f < rand$ происходит описываемое законом Снеллиуса преломление в воздух, фиксация этого события и переход к следующему фотону; в случае $r_f > rand$ реализуется отражение в толщу воды. При этом вертикальная координата фотона приравнивается к нулю, а вертикальная компонента направления меняет знак. После рассчитывается новая длина свободного пробега (формула 2) и определяется новое положение фотона (формула 3). Описанные выше процедуры в соответствии со схемой (рисунок 1) выполняются для всех фотонов до их поглощения или выхода из воды.

Для сравнения результатов разработанного метода с эталоном выбраны две широко используемые в оптике океана характеристики световых полей: коэффициент диффузного ослабления нисходящего потока излучения K_d и коэффициент диффузного отражения R. Первый коэффициент характеризует нисходящий поток радиации, а второй – восходящий. Для получения значений K_d толща морской воды от поверхности до «дна» разделяется на слои толщиной 1 м. «Дно» должно быть расположено на достаточно большой глубине, чтобы его смогла достичь лишь ничтожно малая часть фотонов или ни один из запущенных фотонов. Для решения поставленной ниже задачи такому условию удовлетворяет глубина 100 м. В таком случае не требуется учета отражения от дна и достаточно задать условие поглощения тех немногочисленных фотонов, которые достигнут его. Для каждого движения фотона вниз учитываются пересечения границ слоев. Полученное по завершении моделирования распределение числа пересечений от глубины соответствует вертикальному профилю облученности, создаваемой потоком нисходящего излучения $E_d(z)$. Для расчета значений K_d необходимо вычислить коэффициент наклона прямой, построенной в полулогарифмических координатах: $\ln(E_d(z)) = K_d \cdot z + C$. Значения R определяются как отношение числа вышедших из среды фотонов (как при отражении от поверхности раздела, так и из толщи) к их полному числу. Важно отметить, что обе характеристики вычисляются на основе облученности единичной площадки, для аналитического и инструментального определения которой производится умножение на косинус угла между направлением движения фотона и нормалью поверхности. Это умножение связано с необходимостью учета изменения площади проекции светового пучка на рассматриваемую площадку при изменении угла падения. В нашем случае в качестве «приемника» излучения выступает вся плоскость, поэтому учитывать направление фотона при расчете облученности не следует.

Валидация метода

Для валидации результатов расчета использована программа HydroLight (Mobley, Hedley, 2021). Выбрана однопараметрическая модель Case 1 (Morel et al., 2002) с реалистичным для вод Мирового океана значением концентрации хлорофилла 1 мкг/л при отсутствии стратификации и индикатрисой рассеяния Хеньи-Гринстейна с параметром $g = 0.95$. Заданы соответствующие рассматриваемому случаю граничные условия: бесконечно удаленный точечный источник без учета диффузного излучения и гладкая поверхность раздела. Эффекты неупругого рассеяния не моделировались. Расчет выполнялся для длин волн в интервале 400–700 нм с шагом 20 нм до глубины 30 м с шагом 1 м, ниже располагалась «бесконечно глубокая» толща воды (Mobley, Hedley, 2021). Так как в программе HydroLight реализован учет рассеяния чистой водой, то для сравнения результатов в описываемой модели реализовано сложение индикатрис:

$$\beta\left(\cos(\gamma)\right) = \frac{1}{b}\left[b_w\beta_w\left(\cos(\gamma)\right) + \left(b - b_w\right)\beta_{HG}\left(0.95,\ \cos(\gamma)\right)\right],$$

где b – полный показатель рассеяния, b_w – показатель рассеяния чистой водой (Шифрин, 1983), β_w – индикатриса рассеяния чистой водой (Zhang et al., 2009):

$$\beta_w\left(\cos(\gamma)\right) = 0.06083 \cdot \left(1 + 0.92493 \cdot \cos(\gamma)\right)^2.$$

Кроме того, для сравнения выполнены расчеты K_d по формуле из работы (Gordon, 1989) для случая отсутствия диффузного излучения:

$$K_{d_G} = \frac{c}{\cos\left(\theta_{sw}\right)}\left(1.3197\left(1-\omega F\right) - 0.7559\left(1-\omega F\right)^2 + 0.4655\left(1-\omega F\right)^3\right),$$

где $F = 1 - b_b/b$ – доля света, рассеянного вперед.

Для соответствия рассмотренному в работе (Gordon, 1989) случаю все расчеты K_d выполнялись в слое, в котором облученность уменьшается до 10 % от значений под поверхностью.

Расчеты реализованным в данной работе методом Монте-Карло выполнены для набора значений показателей поглощения и рассеяния света морской водой, а также показателя рассеяния света чистой водой, сгенерированных HydroLight для описанного выше случая.

Результаты

Результаты расчета для $N = 10^6$ фотонов и $\theta_s = 60°$ предоставлены на рисунке 5. Относительные ошибки для K_d и R, в сравнении с результатами HydroLight, составили 1.5 % и 0.4 % соответственно, что следует считать весьма хорошим согласием. Отличное согласие результатов аналитической формулы (Gordon, 1989)

и численного решения HydroLight подтверждает ее применимость для случая отсутствия стратификации гидрооптических характеристик морской воды и гладкой поверхности раздела.

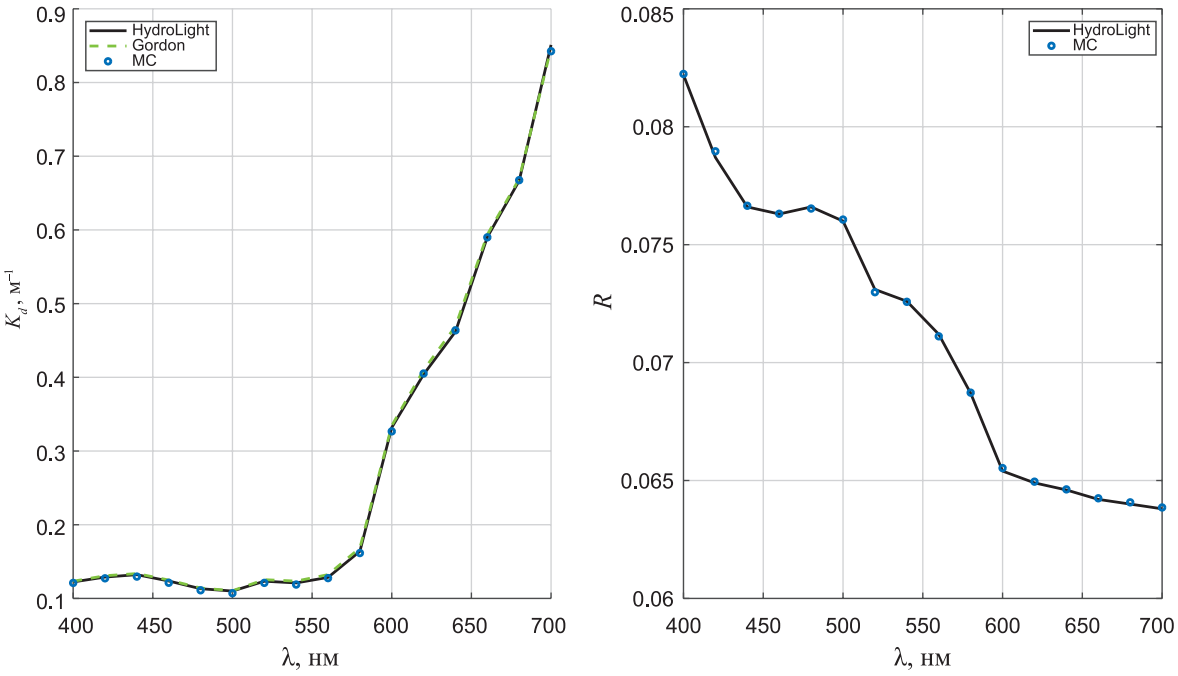

Рис. 5 – Результаты расчета K_d (слева) и R (справа), полученные с помощью HydroLight, формулы (Gordon, 1989) и реализованной модели Монте-Карло ($N = 10^6$ фотонов, $\theta_s = 60°$)

Обсуждение

Реализованная модель позволяет с весьма хорошей точностью получать значения широко используемых в оптике океана характеристик световых полей: коэффициента диффузного ослабления нисходящего потока излучения K_d и коэффициента диффузного отражения R. Однако существенным недостатком модели следует признать время расчета. Для ускорения расчетов можно воспользоваться допущением, что при рассеянии на малый угол фотон продолжает двигаться без изменения направления. Это позволит сэкономить машинное время, затрачиваемое на выполнение поворотов направления фотона. Если в качестве граничного значения угла выбрать величину 10°, то время вычислений сократится в среднем в 2 раза при сохранении точности расчета K_d и R. С таким допущением для получения рисунка 5 требуется около 6 минут вычислений на мобильном процессоре Intel Core i5-8250U (ноутбук 2017 года). Сократить время расчета еще вдвое можно благодаря использованию явных формул для определения направления движения фотона после рассеяния. Эти формулы приведены, например, в (Михайлов, Войтишек, 2024). При этом расчет аналогичной задачи на той же машине с использованием HydroLight занимает 15 с, более быстрая программа EcoLight, используемая для расчета облученности, справляется с

задачей за 0.5 с. Очевидно, что основной причиной большого времени расчета является выбор интерпретируемого языка программирования, что позволяет затрачивать меньше времени на разработку и отладку кода. Впрочем, большие затраты машинного времени характерны для всех реализаций метода Монте-Карло (Монин, 1983; Mobley, 1994). Для ускорения расчетов разработаны различные схемы уменьшения дисперсии, например, метод вынужденного столкновения, метод расщепления траекторий, модификация индикатрисы рассеяния, весовые модификации, обратное Монте-Карло моделирование и другие. Отдельно следует выделить методы локальной оценки, позволяющие оценить яркость светового поля в точке пространства по фиксированному направлению. Достаточно полные обзоры перечисленных схем представлены в книгах (Соболь, 1973; Gordon, 2019; Михайлов, Войтишек, 2024). Дальнейшее встраивание таких схем в полученную программу целесообразно с точки зрения ускорения ее быстродействия.

В данной работе ограничимся оценкой выбора оптимального количества фотонов, необходимого для получения искомых величин с заданными относительной ошибкой ε или среднеквадратическим отклонением σ. Для этого выполнены серии из 100 расчетов для длины волны 400 нм, соответствующей наибольшей вероятности выживания фотона, с различным числом фотонов с учетом всех актов рассеяния для $\theta_s = 0°$ (таблица 2). Точные значения вычисляемых параметров составляют $K_{d_HL}(400) = 0.0963$ м$^{-1}$ и $R_{HL}(400) = 0.0371$. При заданной величине относительной ошибки для получения значений K_d требуется на порядок меньше фотонов, чем для R. Это связано с сильной вытянутостью выбранной индикатрисы рассеяния. Время расчетов линейно зависит от числа фотонов.

Табл. 2 – Величины средних значений $K_d(550)$ и $R(550)$, а также соответствующих относительных ошибок и среднеквадратических отклонений от результатов решения HydroLight для серии из 100 расчетов с разным числом фотонов N. В правом столбце приведено среднее время одного расчета из серии

N	$\langle K_d \rangle$, м$^{-1}$	ε_{Kd}	σ_{Kd}, м$^{-1}$	$\langle R \rangle$	ε_R	σ_R	T, с
10	0.0868	0.2867	0.033	0.0358	0.6974	0.0351	0.006
10^2	0.0941	0.1005	0.0119	0.0371	0.2853	0.0128	0.015
10^3	0.0959	0.0352	0.0042	0.0377	0.0851	0.0041	0.09
10^4	0.0963	0.0099	0.0012	0.0376	0.0273	0.0012	0.83
10^5	0.0962	0.0029	0.0003	0.0375	0.0121	0.00041	8.2
10^6	0.0963	0.0012	0.0001	0.0375	0.0109	0.00015	83

Заключение

Полученная реализация метода прямого Монте-Карло моделирования полезна для знакомства с основными принципами, используемыми для численного решения уравнения переноса излучения в морской воде статистическими методами. Код программы на языке MATLAB доступен по ссылке https://optics.ocean.ru/MC.

В дальнейшем необходимо отказаться от ряда принятых упрощений, добавив учет диффузного освещения от небосвода, волнения и стратификации гидрооптических характеристик. Должное внимание должно быть уделено методам уменьшения дисперсии, что необходимо для сокращения времени расчета.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, Соглашение № 075-15-2021-1398 (13.2251.21.0120, уникальный идентификатор RF-2251.61321X0014). Автор выражает благодарность сотрудникам Лаборатории оптики океана ИО РАН С. В. Шеберстову и М. А. Павловой за полезные обсуждения и помощь в интерпретации результатов.

Список литературы

1. *Будак В. П., Желтов В. С., Лубенченко А. В., Шагалов О. В.* Сравнительный анализ алгоритмов численного моделирования световых полей методом Монте-Карло // Труды VIII Международной конференции «Современные проблемы оптики естественных вод». СПб, 2015. С. 51–56.
2. *Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д.* Элементы прикладной математики. 5-е изд., испр. и дополн. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 592 с.
3. *Копелевич О. В., Салинг И. В., Вазюля С. В., Глуховец Д. И., Шеберстов С. В., Буренков В. И., Каралли П. Г., Юшманова А. В.* Биооптические характеристики морей, омывающих берега западной половины России, по данным спутниковых сканеров цвета 1998–2017 гг. / Институт океанологии имени П. П. Ширшова РАН. Москва, 2018. 140 с.
4. *Марчук Г. И.* Метод Монте-Карло в атмосферной оптике / Под ред. Г. И. Марчука. Новосибирск: Наука, 1976. 320 с.
5. *Михайлов Г. А., Войтишек А. В.* Статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Юрайт, 2024. 323 с.
6. Оптика океана. Т. 1: Физическая оптика океана / Под ред. А. С. Монина. М.: Наука, 1983. 372 с.
7. *Соболь И. М.* Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 312 с.
8. *Шифрин К. С.* Введение в оптику океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 278 с.
9. *Burenkov V. I., Sheberstov S. V., Artemiev V. A., Taskaev V. R.* Estimation of measurement error of the seawater beam attenuation coefficient in turbid water of arctic seas // Light & Engineering. 2019. Vol. 27. No. 5. P. 103–111.
10. *Gordon H. R.* Can the Lambert-Beer low be applied to the diffuse attenuation coefficient of ocean water? // Limnol. Oceanogr. 1989. Vol. 34. No. 8. P. 1389–1409.
11. *Gordon H. R.* Physical principles of ocean color remote sensing. University of Miami. 2019. 1017 p.
12. *Henyey L. G., Greenstein J. L.* Diffuse radiation in the galaxy // Astrophysical Journal. 1941. Vol. 93. P. 70–83.
13. *Kopelevich O., Sheberstov S., Vazyulya S.* Effect of a coccolithophore bloom on the underwater light field and the albedo of the water column // Journal of Marine Science and Engineering. 2020. Vol. 8. No. 6. Art. 456.
14. *Luchinin A. G., Kirillin M. Y., Dolin L. S.* Evolution of temporal and frequency characteristics of spherical photon density waves in scattering media // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2024. Vol. 312. P. 108799.

15. *Marinyuk V. V., Remizovich V. S., Sheberstov S. V.* Angular reflectance of a highly forward scattering medium at grazing incidence of light // JOSA A. 2020. Vol. 37. No. 3. P. 501–510.
16. *Mobley C. D., Hedley J. D.* Hydrolight 6.0 Ecolight 6.0 // Technical Documentation: Numerical Optics Ltd. 2021.
17. *Mobley C. D.* Light and water: radiative transfer in natural waters. Academic Press, 1994. 592 p.
18. *Morel A., Antoine D., Gentili B.* Bidirectional reflectance of oceanic waters: accounting for Raman emission and varying particle scattering phase function 2002 // Applied Optics. Vol. 41. No. 30. P. 6289–6306.
19. *Plass G. N., Kattawar G. W.* Monte Carlo calculations of radiative transfer in the earth's atmosphere–ocean system. 1. Flux in the atmosphere and ocean // J. Phys. Oceanogr. 1972. No. 2. P. 139–145.
20. *Spence D. J., Neimann B. R., Pask H. M.* Monte Carlo modelling for elastic and Raman signals in oceanic LiDAR // Optics Express. 2023. Vol. 31. No. 8. P. 12339–12348.
21. *Xu F., He X., Shanmugam P., Bai Y., Jin X., Cai W., Wang D., Gong F., Zhu Q.* Effects of the Earth curvature on Mie-scattering radiances at high solar-sensor geometries based on Monte Carlo simulations // Optics Express. 2024. Vol. 32. No. 4 P. 6706–6732.
22. *Yushmanova A., Sheberstov S., Glukhovets D., Pogosyan S.* Numerical simulation of a light field structure in an integrating sphere via the Monte Carlo method // Photonics. 2023. Vol. 10. No. 5. 593 p.
23. *Zhang X., Hu L., He M. X.* Scattering by pure seawater: Effect of salinity // Optics express. 2009. Vol. 17. No. 7. P. 5698–5710.

Статья поступила в редакцию 19.04.2024, одобрена к печати 20.08.2024.
Для цитирования: *Глуховец Д. И.* Метод Монте-Карло для расчета характеристик световых полей в морской воде // Океанологические исследования. 2024. № 52 (3). С. 5–20. https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR2024.52(3).1.

MONTE CARLO METHOD FOR CALCULATING LIGHT FIELDS CHARACTERISTICS IN SEAWATER

D. I. Glukhovets

Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences,
36, Nakhimovskiy prospekt, Moscow, 117997, Russia,
e-mail: glukhovets@ocean.ru

The development of numerical methods for solving the integro-differential radiation transfer equation remains a relevant task. Among them, we can highlight the Monte Carlo method, which is in demand in various niches of modern ocean optics. The purpose of this work is a clear and concise presentation of the basics of the forward Monte Carlo method of light fields modeling in seawater, accompanied by a detailed description of its software implementation. The basics of the method are described, the procedures for choosing the type of interaction, the mean free path and the direction of photon motion are described. A simple case is considered, corresponding to an infinitely distant point source of unpolarized light, the absence of atmospheric influence, a smooth air-seawater interface, and the absence of stratification of inherent optical properties. In this case, realistic values of the absorption and scattering coefficients were used, calculated in accordance with the Case 1 model for a chlorophyll concentration of 1 μg/L, and a strongly elongated Henyey-Greenstein phase function with the parameter $g = 0.95$. The Fresnel reflection

of light from the air-seawater interface was taken into account. The relative errors in the values of the diffuse attenuation coefficient for downward irradiance K_d and the diffuse reflectance R, calculated in the spectral range of 400–700 nm using 10^6 photons, in comparison with the HydroLight results were 1.5 % and 0.4 %, respectively. Spectral calculation on one core of a 2017 Intel Core i5-8250U mobile processor in MATLAB takes 6 minutes. An assessment of the choice of the optimal number of photons required to obtain the desired quantities with a given accuracy was made. The implemented method is useful for becoming familiar with the basic principles used to numerically solve the radiative transfer equation in seawater using statistical methods and is used in the "Ocean Optics" course, taught by the author to 4th year students of the Department of Thermohydromechanics of the Ocean at MIPT.

Keywords: Monte Carlo method, radiative transfer equation, diffuse attenuation coefficient, diffuse reflectance, seawater

Acknowledgements: This research was supported by an Agreement with the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation No. 075-15-2021-1398 (13.2251.21.0120, unique identifier RF-2251.61321X0014). The author expresses gratitude to the colleagues working in the Ocean optics laboratory of the Shirshov Institute of Oceanology, S. V. Sheberstov and M. A. Pavlova, for useful discussions and help in interpreting the results.

References

1. Budak, V. P., V. S. Zheltov, A. V. Lubenchenko, and O. V. Shagalov, 2015: Sravnitel'nyj analiz algoritmov chislennogo modelirovanija svetovyh polej metodom Monte-Karlo (Comparative analysis of algorithms for numerical modeling of light fields using the Monte Carlo method). *Proceedings of the VIII International Conference "Modern problems of optics of natural waters"*. Saint Petersburg, 51–56.
2. Burenkov, V. I., S. V. Sheberstov, V. A. Artemiev, and V. R. Taskaev, 2019: Estimation of measurement error of the seawater beam attenuation coefficient in turbid water of arctic seas. *Light & Engineering*, **27** (5), 103–111.
3. Gordon, H. R., 1989: Can the Lambert-Beer low be applied to the diffuse attenuation coefficient of ocean water? *Limnol. Oceanogr.,* **34** (8), 1389–1409.
4. Gordon, H. R. *Physical principles of ocean color remote sensing.* University of Miami, 2019, 1017 p.
5. Henyey, L. G. and J. L. Greenstein, 1941: Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophysical Journal*, **93**, 70–83.
6. Kopelevich, O., S. Sheberstov, and S. Vazyulya, 2020: Effect of a coccolithophore bloom on the underwater light field and the albedo of the water column. *Journal of Marine Science and Engineering*, **8** (6), 456.
7. Kopelevich, O. V., I. V. Saling, S. V. Vazyulya, D. I. Glukhovets, S. V. Sheberstov, V. I. Burenkov, P. G. Karalli, and A. V. Yushmanova, 2018: *Bio-optical characteristics of the seas washing the shores of the western half of Russia, according to satellite color scanners 1998–2017.* Moscow, Shirshov Institute of Oceanology, 140.
8. Luchinin, A. G., M. Yu. Kirillin, and L. S. Dolin, 2024: Evolution of temporal and frequency characteristics of spherical photon density waves in scattering media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, **312**, 108799.

9. Marchuk, G. I., 1976: *Monte Carlo Method in Atmospheric Optics*. Moscow, Nauka, 320.
10. Marinyuk, V. V., V. S. Remizovich, and S. V. Sheberstov, 2020: Angular reflectance of a highly forward scattering medium at grazing incidence of light. *JOSA*, **37** (3), 501–510.
11. Mikhailov, G. A. and A. V. Voitishek, 2024: *Statisticheskoe modelirovanie. Metody Monte-Karlo (Statistical modeling. Monte Carlo methods)*, Moscow, Yurait, 323.
12. Mobley, C. D., 1994: Light and water: radiative transfer in natural waters. *Academic Press*, 592 p.
13. Mobley, C. D. and J. D. Hedley, 2021: *Hydrolight 6.0 Ecolight 6.0.* Technical Documentation: Numerical Optics Ltd.
14. Monin, A. S., 1983: Vol. 1: *Optics of the ocean: Physical Ocean optics*. Moscow, Nauka, 1983, 372.
15. Morel, A., D. Antoine, and B. Gentili, 2002: Bidirectional reflectance of oceanic waters: accounting for Raman emission and varying particle scattering phase function 2002. *Applied Optics*, **41** (30), 6289–6306.
16. Plass, G. N. and G. W. Kattawar, 1972: Monte Carlo calculations of radiative transfer in the earth's atmosphere–ocean system. 1. Flux in the atmosphere and ocean. *J. Phys. Oceanogr.,* **2**, 139–145.
17. Shifrin, K. S., 1983: *Physical Optics of Ocean Water*. New York: AIP Translation Series, 285 p.
18. Sobol, I. M., 1973: *Chislennye metody Monte-Karlo (Numerical Monte Carlo Methods)*. Moscow, Nauka, 312 p.
19. Spence, D. J., B. R. Neimann, and H. M. Pask, 2023: Monte Carlo modelling for elastic and Raman signals in oceanic LiDAR. *Optics Express*, **31** (8), 12339–12348.
20. Xu, F., X. He, P. Shanmugam, Y. Bai, X. Jin, W. Cai, D. Wang, F. Gong, and Q. Zhu, 2024: Effects of the Earth curvature on Mie-scattering radiances at high solar-sensor geometries based on Monte Carlo simulations. *Optics Express*, **32** (4), 6706–6732.
21. Yushmanova, A., S. Sheberstov, D. Glukhovets, and S. Pogosyan, 2023: Numerical simulation of a light field structure in an integrating sphere via the Monte Carlo method. *Photonics*, **10** (5), 593.
22. Zeldovich, Yu. B. and A. D. Myshkis, 2008: *Elements of applied mathematics,* Moscow, FIZMATLIT, 592.
23. Zhang, X., L. Hu, and M. X. He, 2009: Scattering by pure seawater: Effect of salinity. *Optics express*, **17** (7), 5698–5710.

Submitted 19.04.2024, accepted 20.08.2024.
For citation: Glukhovets, D. I., 2024: Monte Carlo method for calculating light fields characteristics in seawater. *Journal of Oceanological Research*, **52** (3), 5–20, https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR2024.52(3).1.